

High school geometry theorems

Hilbert's axiomatic system.

Formalizovano od strane: Sana Stojanovic Djurdjevic

Dokaz generisan uz pomoć: ArgoGeoChecker.

30.03.2018.

Teorema 1 (th_5c.01.) *Pod pretpostavkom da važi $\neg col(A, B, C)$ pokazati da važi $A = B$ ili $A \neq B$.*

Teorema 2 (th_5c.02.) *Pod pretpostavkom da važi $\neg col(A, B, C)$ i $A = B$ pokazati da važi $col(A, B, C)$.*

Dokaz:

1. Na osnovu činjenica $\neg col(A, B, C)$ i $A = B$ važi $\neg col(A, A, C)$.
2. Na osnovu činjenice $\neg col(A, A, C)$ važi $\neg col(A, C, A)$ (aksioma *sym.ncol1*).
3. Postoje tačka D i tačka E i tačka F i tačka G tako da važi $\neg cop(D, E, F, G)$ (aksioma *I8*).
4. Važi $A = C$ ili $A \neq C$.
5. Pretpostavimo da važi: $A = C$.
 6. Na osnovu činjenica $\neg col(A, B, C)$ i $A = B$ i $A = C$ važi $\neg col(A, A, A)$.
 7. Na osnovu činjenice $\neg col(A, A, A)$ postoji ravan α tako da važi $A \in \alpha$ i $A \in \alpha$ i $A \in \alpha$ (aksioma *I4a*).
 8. Važi $A = D$ ili $A \neq D$.
 9. Pretpostavimo da važi: $A = D$.
 10. Važi $A = E$ ili $A \neq E$.
 11. Pretpostavimo da važi: $A = E$.
 12. Važi $A = F$ ili $A \neq F$.
 13. Pretpostavimo da važi: $A = F$.
 14. Na osnovu činjenica $\neg col(A, B, C)$ i $A = B$ i $A = C$ i $A = D$ i $A = E$ i $A = F$ važi $\neg col(A, A, A)$.
 15. Na osnovu činjenica $\neg cop(D, E, F, G)$ i $A = B$ i $A = C$ i $A = D$ i $A = E$ i $A = F$ važi $\neg cop(A, A, A, G)$.
 16. Na osnovu činjenica $\neg col(A, A, A)$ i $A \in \alpha$ i $A \in \alpha$ i $A \in \alpha$ i $\neg cop(A, A, A, G)$ važi $G \notin \alpha$ (aksioma *D4a*).
 17. Važi $A = G$ ili $A \neq G$.
 18. Pretpostavimo da važi: $A = G$.
 19. Na osnovu činjenica $G \notin \alpha$ i $A = B$ i $A = C$ i $A = D$ i $A = E$ i $A = F$ i $A = G$ važi $A \notin \alpha$.
 20. Na osnovu činjenica $A \notin \alpha$ i $A \in \alpha$ dobijamo kontradikciju.
 21. Pretpostavimo da važi: $A \neq G$.

22. Na osnovu činjenice $A \neq G$ postoji prava p tako da važi $A \in p$ i $G \in p$ (aksioma I1).
23. Na osnovu činjenica $A \in p$ i $A \in p$ i $A \in p$ važi $col(A, A, A)$ (aksioma D1).
24. Na osnovu činjenica $\neg col(A, B, C)$ i $A = B$ i $A = C$ i $A = D$ i $A = E$ i $A = F$ važi $\neg col(A, A, A)$.
25. Na osnovu činjenica $\neg col(A, A, A)$ i $col(A, A, A)$ dobijamo kontradikciju.
26. Teorema je dokazana u svim slučajevima.
27. Pretpostavimo da važi: $A \neq F$.
28. Na osnovu činjenice $A \neq F$ postoji prava p tako da važi $A \in p$ i $F \in p$ (aksioma I1).
29. Na osnovu činjenica $\neg col(A, B, C)$ i $A = B$ i $A = C$ i $A = D$ i $A = E$ važi $\neg col(A, A, A)$.
30. Na osnovu činjenica $\neg col(A, A, A)$ i $col(A, A, A)$ dobijamo kontradikciju.
31. Teorema je dokazana u svim slučajevima.
32. Pretpostavimo da važi: $A \neq E$.
33. Na osnovu činjenice $A \neq E$ postoji prava p tako da važi $A \in p$ i $E \in p$ (aksioma I1).
34. Na osnovu činjenica $\neg col(A, B, C)$ i $A = B$ i $A = C$ i $A = D$ važi $\neg col(A, A, A)$.
35. Na osnovu činjenica $\neg col(A, A, A)$ i $col(A, A, A)$ dobijamo kontradikciju.
36. Teorema je dokazana u svim slučajevima.
37. Pretpostavimo da važi: $A \neq D$.
38. Na osnovu činjenice $A \neq D$ postoji prava p tako da važi $A \in p$ i $D \in p$ (aksioma I1).
39. Na osnovu činjenica $\neg col(A, B, C)$ i $A = B$ i $A = C$ važi $\neg col(A, A, A)$.
40. Na osnovu činjenica $\neg col(A, A, A)$ i $col(A, A, A)$ dobijamo kontradikciju.
41. Teorema je dokazana u svim slučajevima.
42. Pretpostavimo da važi: $A \neq C$.
43. Na osnovu činjenice $A \neq C$ postoji prava p tako da važi $A \in p$ i $C \in p$ (aksioma I1).
44. Na osnovu činjenica $A \neq C$ i $A \in p$ i $C \in p$ i $\neg col(A, C, A)$ važi $A \notin p$ (aksioma D2a).
45. Na osnovu činjenica $A \notin p$ i $A \in p$ dobijamo kontradikciju.
46. Teorema je dokazana u svim slučajevima.

QED

Teorema 3 (th_5c.03.) *Pod pretpostavkom da važi $\neg col(A, B, C)$ i $A \neq B$ pokazati da važi $B \neq C$ i $C \neq A$.*

Dokaz:

1. Na osnovu činjenice $A \neq B$ postoji prava p tako da važi $A \in p$ i $B \in p$ (aksioma I1).
2. Važi $A = C$ ili $A \neq C$.

3. Pretpostavimo da važi: $A = C$.
 4. Na osnovu činjenica $\neg col(A, B, C)$ i $A = C$ važi $\neg col(A, B, A)$.
 5. Na osnovu činjenica $A \neq B$ i $A \in p$ i $B \in p$ i $\neg col(A, B, A)$ važi $A \notin p$ (aksioma $D2a$).
 6. Na osnovu činjenica $A \notin p$ i $A \in p$ dobijamo kontradikciju.
 7. Pretpostavimo da važi: $A \neq C$.
 8. Na osnovu činjenice $A \neq C$ važi $C \neq A$.
 9. Važi $B = C$ ili $B \neq C$.
 10. Pretpostavimo da važi: $B = C$.
 11. Na osnovu činjenica $\neg col(A, B, C)$ i $B = C$ važi $\neg col(A, B, B)$.
 12. Na osnovu činjenica $A \neq B$ i $A \in p$ i $B \in p$ i $\neg col(A, B, B)$ važi $B \notin p$ (aksioma $D2a$).
 13. Na osnovu činjenica $B \notin p$ i $B \in p$ dobijamo kontradikciju.
 14. Pretpostavimo da važi: $B \neq C$.
 15. Zaključak teoreme sledi iz činjenica $B \neq C$ i $C \neq A$.
 16. Teorema je dokazana u svim slučajevima.
 17. Teorema je dokazana u svim slučajevima.
- QED
-