

High school geometry theorems

Hilbert's axiomatic system.

Formalizovano od strane: Sana Stojanovic Djurdjevic

Dokaz generisan uz pomoć: ArgoGeoChecker.

30.03.2018.

Teorema 1 (th_5n_01.) *Pod pretpostavkom da važi $\neg col(A, B, C)$ pokazati da važi $A \neq B$ i $B \neq C$ i $C \neq A$.*

Dokaz:

1. Postoje tačka D i tačka E i tačka F i tačka G tako da važi $\neg cop(D, E, F, G)$ (aksioma I8).
2. Važi $A = B$ ili $A \neq B$.
3. Pretpostavimo da važi: $A = B$.
4. Važi $A = C$ ili $A \neq C$.
5. Pretpostavimo da važi: $A = C$.
6. Na osnovu činjenica $\neg col(A, B, C)$ i $A = B$ i $A = C$ važi $\neg col(A, A, A)$.
7. Na osnovu činjenice $\neg col(A, A, A)$ postoji ravan α tako da važi $A \in \alpha$ i $A \in \alpha$ i $A \in \alpha$ (aksioma I4a).
8. Na osnovu činjenica $A \in \alpha$ i $A \in \alpha$ i $A \in \alpha$ i $A \in \alpha$ važi $cop(A, A, A, A)$ (aksioma D3).
9. Važi $A = D$ ili $A \neq D$.
10. Pretpostavimo da važi: $A = D$.
11. Važi $A = E$ ili $A \neq E$.
12. Pretpostavimo da važi: $A = E$.
13. Važi $A = F$ ili $A \neq F$.
14. Pretpostavimo da važi: $A = F$.
15. Važi $A = G$ ili $A \neq G$.
16. Pretpostavimo da važi: $A = G$.
17. Na osnovu činjenica $\neg cop(D, E, F, G)$ i $A = B$ i $A = C$ i $A = D$ i $A = E$ i $A = F$ i $A = G$ važi $\neg cop(A, A, A, A)$.
18. Na osnovu činjenica $\neg cop(A, A, A, A)$ i $cop(A, A, A, A)$ dobijamo kontradikciju.
19. Pretpostavimo da važi: $A \neq G$.
20. Na osnovu činjenice $A \neq G$ postoji prava p tako da važi $A \in p$ i $G \in p$ (aksioma I1).
21. Na osnovu činjenica $A \in p$ i $A \in p$ i $A \in p$ važi $col(A, A, A)$ (aksioma D1).
22. Na osnovu činjenica $\neg col(A, B, C)$ i $A = B$ i $A = C$ i $A = D$ i $A = E$ i $A = F$ važi $\neg col(A, A, A)$.

23. Na osnovu činjenica $\neg col(A, A, A)$ i $col(A, A, A)$ dobijamo kontradikciju.
24. Teorema je dokazana u svim slučajevima.
25. Pretpostavimo da važi: $A \neq F$.
26. Na osnovu činjenice $A \neq F$ postoji prava p tako da važi $A \in p$ i $F \in p$ (aksioma I1).
27. Na osnovu činjenica $\neg col(A, B, C)$ i $A = B$ i $A = C$ i $A = D$ i $A = E$ važi $\neg col(A, A, A)$.
28. Na osnovu činjenica $\neg col(A, A, A)$ i $col(A, A, A)$ dobijamo kontradikciju.
29. Teorema je dokazana u svim slučajevima.
30. Pretpostavimo da važi: $A \neq E$.
31. Na osnovu činjenice $A \neq E$ postoji prava p tako da važi $A \in p$ i $E \in p$ (aksioma I1).
32. Na osnovu činjenica $\neg col(A, B, C)$ i $A = B$ i $A = C$ i $A = D$ važi $\neg col(A, A, A)$.
33. Na osnovu činjenica $\neg col(A, A, A)$ i $col(A, A, A)$ dobijamo kontradikciju.
34. Teorema je dokazana u svim slučajevima.
35. Pretpostavimo da važi: $A \neq D$.
36. Na osnovu činjenice $A \neq D$ postoji prava p tako da važi $A \in p$ i $D \in p$ (aksioma I1).
37. Na osnovu činjenica $\neg col(A, B, C)$ i $A = B$ i $A = C$ važi $\neg col(A, A, A)$.
38. Na osnovu činjenica $\neg col(A, A, A)$ i $col(A, A, A)$ dobijamo kontradikciju.
39. Teorema je dokazana u svim slučajevima.
40. Pretpostavimo da važi: $A \neq C$.
41. Na osnovu činjenica $\neg col(A, B, C)$ i $A = B$ važi $\neg col(A, A, C)$.
42. Na osnovu činjenice $A \neq C$ postoji prava p tako da važi $A \in p$ i $C \in p$ (aksioma I1).
43. Na osnovu činjenica $A \in p$ i $A \in p$ i $C \in p$ važi $col(A, A, C)$ (aksioma D1).
44. Na osnovu činjenica $\neg col(A, A, C)$ i $col(A, A, C)$ dobijamo kontradikciju.
45. Teorema je dokazana u svim slučajevima.
46. Pretpostavimo da važi: $A \neq B$.
47. Na osnovu činjenice $A \neq B$ postoji prava p tako da važi $A \in p$ i $B \in p$ (aksioma I1).
48. Važi $A = C$ ili $A \neq C$.
49. Pretpostavimo da važi: $A = C$.
50. Na osnovu činjenica $\neg col(A, B, C)$ i $A = C$ važi $\neg col(A, B, A)$.
51. Na osnovu činjenica $A \neq B$ i $A \in p$ i $B \in p$ i $\neg col(A, B, A)$ važi $A \notin p$ (aksioma D2a).
52. Na osnovu činjenica $A \notin p$ i $A \in p$ dobijamo kontradikciju.
53. Pretpostavimo da važi: $A \neq C$.
54. Na osnovu činjenice $A \neq C$ važi $C \neq A$.

55. Važi $B = C$ ili $B \neq C$.
56. Pretpostavimo da važi: $B = C$.
57. Na osnovu činjenica $\neg col(A, B, C)$ i $B = C$ važi $\neg col(A, B, B)$.
58. Na osnovu činjenica $A \neq B$ i $A \in p$ i $B \in p$ i $\neg col(A, B, B)$ važi $B \notin p$ (aksioma $D2a$).
59. Na osnovu činjenica $B \notin p$ i $B \in p$ dobijamo kontradikciju.
60. Pretpostavimo da važi: $B \neq C$.
61. Zaključak teoreme sledi iz činjenica $A \neq B$ i $B \neq C$ i $C \neq A$.
62. Teorema je dokazana u svim slučajevima.
63. Teorema je dokazana u svim slučajevima.
64. Teorema je dokazana u svim slučajevima.

QED

Teorema 2 (th_5n_1.) *Pod pretpostavkom da važi $\neg col(A, B, C)$ pokazati da važi $A \neq B$ i $B \neq C$ i $C \neq A$.*

Dokaz:

1. Postoje tačka D i tačka E i tačka F i tačka G tako da važi $\neg cop(D, E, F, G)$ (aksioma $I8$).
2. Važi $A = B$ ili $A \neq B$.
3. Pretpostavimo da važi: $A = B$.
4. Važi $A = C$ ili $A \neq C$.
5. Pretpostavimo da važi: $A = C$.
6. Na osnovu činjenica $\neg col(A, B, C)$ i $A = B$ i $A = C$ važi $\neg col(A, A, A)$.
7. Na osnovu činjenice $\neg col(A, A, A)$ postoji ravan α tako da važi $A \in \alpha$ i $A \in \alpha$ i $A \in \alpha$ (aksioma $I4a$).
8. Važi $A = D$ ili $A \neq D$.
9. Pretpostavimo da važi: $A = D$.
10. Važi $A = E$ ili $A \neq E$.
11. Pretpostavimo da važi: $A = E$.
12. Važi $A = F$ ili $A \neq F$.
13. Pretpostavimo da važi: $A = F$.
14. Na osnovu činjenica $\neg col(A, B, C)$ i $A = B$ i $A = C$ i $A = D$ i $A = E$ i $A = F$ važi $\neg col(A, A, A)$.
15. Na osnovu činjenica $\neg cop(D, E, F, G)$ i $A = B$ i $A = C$ i $A = D$ i $A = E$ i $A = F$ važi $\neg cop(A, A, A, G)$.
16. Na osnovu činjenica $\neg col(A, A, A)$ i $A \in \alpha$ i $A \in \alpha$ i $A \in \alpha$ i $\neg cop(A, A, A, G)$ važi $G \notin \alpha$ (aksioma $D4a$).
17. Važi $A = G$ ili $A \neq G$.
18. Pretpostavimo da važi: $A = G$.
19. Na osnovu činjenica $G \notin \alpha$ i $A = B$ i $A = C$ i $A = D$ i $A = E$ i $A = F$ i $A = G$ važi $A \notin \alpha$.
20. Na osnovu činjenica $A \notin \alpha$ i $A \in \alpha$ dobijamo kontradikciju.
21. Pretpostavimo da važi: $A \neq G$.
22. Na osnovu činjenice $A \neq G$ postoji prava p tako da važi $A \in p$ i $G \in p$ (aksioma $I1$).

23. Na osnovu činjenica $A \in p$ i $A \in p$ i $A \in p$ važi $col(A, A, A)$ (aksioma D1).
24. Na osnovu činjenica $\neg col(A, B, C)$ i $A = B$ i $A = C$ i $A = D$ i $A = E$ i $A = F$ važi $\neg col(A, A, A)$.
25. Na osnovu činjenica $\neg col(A, A, A)$ i $col(A, A, A)$ dobijamo kontradikciju.
26. Teorema je dokazana u svim slučajevima.
27. Pretpostavimo da važi: $A \neq F$.
28. Na osnovu činjenice $A \neq F$ postoji prava p tako da važi $A \in p$ i $F \in p$ (aksioma I1).
29. Na osnovu činjenica $\neg col(A, B, C)$ i $A = B$ i $A = C$ i $A = D$ i $A = E$ važi $\neg col(A, A, A)$.
30. Na osnovu činjenica $\neg col(A, A, A)$ i $col(A, A, A)$ dobijamo kontradikciju.
31. Teorema je dokazana u svim slučajevima.
32. Pretpostavimo da važi: $A \neq E$.
33. Na osnovu činjenice $A \neq E$ postoji prava p tako da važi $A \in p$ i $E \in p$ (aksioma I1).
34. Na osnovu činjenica $\neg col(A, B, C)$ i $A = B$ i $A = C$ i $A = D$ važi $\neg col(A, A, A)$.
35. Na osnovu činjenica $\neg col(A, A, A)$ i $col(A, A, A)$ dobijamo kontradikciju.
36. Teorema je dokazana u svim slučajevima.
37. Pretpostavimo da važi: $A \neq D$.
38. Na osnovu činjenice $A \neq D$ postoji prava p tako da važi $A \in p$ i $D \in p$ (aksioma I1).
39. Na osnovu činjenica $\neg col(A, B, C)$ i $A = B$ i $A = C$ važi $\neg col(A, A, A)$.
40. Na osnovu činjenica $\neg col(A, A, A)$ i $col(A, A, A)$ dobijamo kontradikciju.
41. Teorema je dokazana u svim slučajevima.
42. Pretpostavimo da važi: $A \neq C$.
43. Na osnovu činjenice $A \neq C$ postoji prava p tako da važi $A \in p$ i $C \in p$ (aksioma I1).
44. Na osnovu činjenica $A \in p$ i $A \in p$ i $C \in p$ važi $col(A, A, C)$ (aksioma D1).
45. Na osnovu činjenica $\neg col(A, B, C)$ i $A = B$ važi $\neg col(A, A, C)$.
46. Na osnovu činjenica $\neg col(A, A, C)$ i $col(A, A, C)$ dobijamo kontradikciju.
47. Teorema je dokazana u svim slučajevima.
48. Pretpostavimo da važi: $A \neq B$.
49. Na osnovu činjenice $A \neq B$ postoji prava p tako da važi $A \in p$ i $B \in p$ (aksioma I1).
50. Na osnovu činjenica $A \in p$ i $B \in p$ i $A \in p$ važi $col(A, B, A)$ (aksioma D1).
51. Na osnovu činjenica $A \in p$ i $B \in p$ i $B \in p$ važi $col(A, B, B)$ (aksioma D1).

52. Važi $A = C$ ili $A \neq C$.
 53. Pretpostavimo da važi: $A = C$.
 54. Na osnovu činjenica $\neg col(A, B, C)$ i $A = C$ važi $\neg col(A, B, A)$.
 55. Na osnovu činjenica $\neg col(A, B, A)$ i $col(A, B, A)$ dobijamo kontradikciju.
 56. Pretpostavimo da važi: $A \neq C$.
 57. Na osnovu činjenice $A \neq C$ važi $C \neq A$.
 58. Važi $B = C$ ili $B \neq C$.
 59. Pretpostavimo da važi: $B = C$.
 60. Na osnovu činjenica $\neg col(A, B, C)$ i $B = C$ važi $\neg col(A, B, B)$.
 61. Na osnovu činjenica $\neg col(A, B, B)$ i $col(A, B, B)$ dobijamo kontradikciju.
 62. Pretpostavimo da važi: $B \neq C$.
 63. Zaključak teoreme sledi iz činjenica $A \neq B$ i $B \neq C$ i $C \neq A$.
 64. Teorema je dokazana u svim slučajevima.
 65. Teorema je dokazana u svim slučajevima.
 66. Teorema je dokazana u svim slučajevima.
- QED
-