

High school geometry theorems

Hilbert's axiomatic system.

Formalizovano od strane: Sana Stojanovic Djurdjevic

Dokaz generisan uz pomoć: ArgoGeoChecker.

30.03.2018.

Teorema 1 (th_5c.01.) *Pod pretpostavkom da važi $A = B$ pokazati da važi $col(A, B, C)$.*

Dokaz:

1. Postoje tačka D i tačka E i tačka F tako da važi $\neg col(D, E, F)$ (aksioma $I3b$).
2. Postoje tačka G i tačka I i tačka J i tačka K tako da važi $\neg cop(G, I, J, K)$ (aksioma $I8$).
3. Važi $A = C$ ili $A \neq C$.
4. Pretpostavimo da važi: $A = C$.
5. Važi $A = D$ ili $A \neq D$.
6. Pretpostavimo da važi: $A = D$.
7. Važi $A = E$ ili $A \neq E$.
8. Pretpostavimo da važi: $A = E$.
9. Važi $A = F$ ili $A \neq F$.
10. Pretpostavimo da važi: $A = F$.
11. Na osnovu činjenica $\neg col(D, E, F)$ i $A = B$ i $A = C$ i $A = D$ i $A = E$ i $A = F$ važi $\neg col(A, A, A)$.
12. Na osnovu činjenice $\neg col(A, A, A)$ postoji ravan α tako da važi $A \in \alpha$ i $A \in \alpha$ i $A \in \alpha$ (aksioma $I4a$).
13. Važi $A = G$ ili $A \neq G$.
14. Pretpostavimo da važi: $A = G$.
15. Važi $A = I$ ili $A \neq I$.
16. Pretpostavimo da važi: $A = I$.
17. Važi $A = J$ ili $A \neq J$.
18. Pretpostavimo da važi: $A = J$.
19. Na osnovu činjenica $\neg col(D, E, F)$ i $A = B$ i $A = C$ i $A = D$ i $A = E$ i $A = F$ i $A = G$ i $A = I$ i $A = J$ važi $\neg col(A, A, A)$.
20. Na osnovu činjenica $\neg cop(G, I, J, K)$ i $A = B$ i $A = C$ i $A = D$ i $A = E$ i $A = F$ i $A = G$ i $A = I$ i $A = J$ važi $\neg cop(A, A, A, K)$.
21. Na osnovu činjenica $\neg col(A, A, A)$ i $A \in \alpha$ i $A \in \alpha$ i $A \in \alpha$ i $\neg cop(A, A, A, K)$ važi $K \notin \alpha$ (aksioma $D4a$).
22. Važi $A = K$ ili $A \neq K$.

23. Pretpostavimo da važi: $A = K$.
24. Na osnovu činjenica $K \notin \alpha$ i $A = B$ i $A = C$ i $A = D$ i $A = E$ i $A = F$ i $A = G$ i $A = I$ i $A = J$ i $A = K$ važi $A \notin \alpha$.
25. Na osnovu činjenica $A \notin \alpha$ i $A \in \alpha$ dobijamo kontradikciju.
26. Pretpostavimo da važi: $A \neq K$.
27. Na osnovu činjenice $A \neq K$ postoji prava p tako da važi $A \in p$ i $K \in p$ (aksioma I1).
28. Na osnovu činjenica $A \in p$ i $A \in p$ i $A \in p$ važi $col(A, A, A)$ (aksioma D1).
29. Na osnovu činjenica $\neg col(D, E, F)$ i $A = B$ i $A = C$ i $A = D$ i $A = E$ i $A = F$ i $A = G$ i $A = I$ i $A = J$ važi $\neg col(A, A, A)$.
30. Na osnovu činjenica $\neg col(A, A, A)$ i $col(A, A, A)$ dobijamo kontradikciju.
31. Teorema je dokazana u svim slučajevima.
32. Pretpostavimo da važi: $A \neq J$.
33. Na osnovu činjenice $A \neq J$ postoji prava p tako da važi $A \in p$ i $J \in p$ (aksioma I1).
34. Na osnovu činjenica $\neg col(D, E, F)$ i $A = B$ i $A = C$ i $A = D$ i $A = E$ i $A = F$ i $A = G$ i $A = I$ važi $\neg col(A, A, A)$.
35. Na osnovu činjenica $\neg col(A, A, A)$ i $col(A, A, A)$ dobijamo kontradikciju.
36. Teorema je dokazana u svim slučajevima.
37. Pretpostavimo da važi: $A \neq I$.
38. Na osnovu činjenice $A \neq I$ postoji prava p tako da važi $A \in p$ i $I \in p$ (aksioma I1).
39. Na osnovu činjenica $\neg col(D, E, F)$ i $A = B$ i $A = C$ i $A = D$ i $A = E$ i $A = F$ i $A = G$ važi $\neg col(A, A, A)$.
40. Na osnovu činjenica $\neg col(A, A, A)$ i $col(A, A, A)$ dobijamo kontradikciju.
41. Teorema je dokazana u svim slučajevima.
42. Pretpostavimo da važi: $A \neq G$.
43. Na osnovu činjenice $A \neq G$ postoji prava p tako da važi $A \in p$ i $G \in p$ (aksioma I1).
44. Na osnovu činjenica $\neg col(D, E, F)$ i $A = B$ i $A = C$ i $A = D$ i $A = E$ i $A = F$ važi $\neg col(A, A, A)$.
45. Na osnovu činjenica $\neg col(A, A, A)$ i $col(A, A, A)$ dobijamo kontradikciju.
46. Teorema je dokazana u svim slučajevima.
47. Pretpostavimo da važi: $A \neq F$.
48. Na osnovu činjenice $A \neq F$ postoji prava p tako da važi $A \in p$ i $F \in p$ (aksioma I1).
49. Na osnovu činjenica $col(A, A, A)$ i $A = B$ i $A = C$ važi $col(A, B, C)$.
50. Zaključak teoreme sledi iz činjenice $col(A, B, C)$.

51. Teorema je dokazana u svim slučajevima.
 52. Pretpostavimo da važi: $A \neq E$.
 53. Na osnovu činjenice $A \neq E$ postoji prava p tako da važi $A \in p$ i $E \in p$ (aksioma I1).
 54. Na osnovu činjenica $col(A, A, A)$ i $A = B$ i $A = C$ važi $col(A, B, C)$.
 55. Zaključak teoreme sledi iz činjenice $col(A, B, C)$.
 56. Teorema je dokazana u svim slučajevima.
 57. Pretpostavimo da važi: $A \neq D$.
 58. Na osnovu činjenice $A \neq D$ postoji prava p tako da važi $A \in p$ i $D \in p$ (aksioma I1).
 59. Na osnovu činjenica $col(A, A, A)$ i $A = B$ i $A = C$ važi $col(A, B, C)$.
 60. Zaključak teoreme sledi iz činjenice $col(A, B, C)$.
 61. Teorema je dokazana u svim slučajevima.
 62. Pretpostavimo da važi: $A \neq C$.
 63. Na osnovu činjenice $A \neq C$ postoji prava p tako da važi $A \in p$ i $C \in p$ (aksioma I1).
 64. Na osnovu činjenica $A \in p$ i $A \in p$ i $C \in p$ važi $col(A, A, C)$ (aksioma D1).
 65. Na osnovu činjenica $col(A, A, C)$ i $A = B$ važi $col(A, B, C)$.
 66. Zaključak teoreme sledi iz činjenice $col(A, B, C)$.
 67. Teorema je dokazana u svim slučajevima.
- QED

Teorema 2 (th_5c.02.) *Pod pretpostavkom da važi $\neg col(A, B, C)$ i $A \neq B$ pokazati da važi $B \neq C$ i $C \neq A$.*

Dokaz:

1. Na osnovu činjenice $A \neq B$ postoji prava p tako da važi $A \in p$ i $B \in p$ (aksioma I1).
2. Važi $A = C$ ili $A \neq C$.
3. Pretpostavimo da važi: $A = C$.
4. Na osnovu činjenica $\neg col(A, B, C)$ i $A = C$ važi $\neg col(A, B, A)$.
5. Na osnovu činjenica $A \neq B$ i $A \in p$ i $B \in p$ i $\neg col(A, B, A)$ važi $A \notin p$ (aksioma D2a).
6. Na osnovu činjenica $A \notin p$ i $A \in p$ dobijamo kontradikciju.
7. Pretpostavimo da važi: $A \neq C$.
8. Na osnovu činjenice $A \neq C$ važi $C \neq A$.
9. Važi $B = C$ ili $B \neq C$.
10. Pretpostavimo da važi: $B = C$.
11. Na osnovu činjenica $\neg col(A, B, C)$ i $B = C$ važi $\neg col(A, B, B)$.
12. Na osnovu činjenica $A \neq B$ i $A \in p$ i $B \in p$ i $\neg col(A, B, B)$ važi $B \notin p$ (aksioma D2a).
13. Na osnovu činjenica $B \notin p$ i $B \in p$ dobijamo kontradikciju.
14. Pretpostavimo da važi: $B \neq C$.
15. Zaključak teoreme sledi iz činjenica $B \neq C$ i $C \neq A$.
16. Teorema je dokazana u svim slučajevima.
17. Teorema je dokazana u svim slučajevima.

QED
