

High school geometry theorems

Hilbert's axiomatic system.

Formalizovano od strane: Sana Stojanovic Djurdjevic

Dokaz generisan uz pomoć: ArgoGeoChecker.

30.03.2018.

Teorema 1 (th_5c2.01.) *Pod pretpostavkom da važi $\neg col(A, B, C)$ i $A = B$ i $B = C$ pokazati da važi $col(A, B, C)$.*

Dokaz:

1. Na osnovu činjenica $\neg col(A, B, C)$ i $A = B$ i $B = C$ važi $\neg col(A, A, A)$.
2. Na osnovu činjenice $\neg col(A, A, A)$ postoji ravan α tako da važi $A \in \alpha$ i $A \in \alpha$ i $A \in \alpha$ (aksioma I4a).
3. Postoje tačka D i tačka E i tačka F i tačka G tako da važi $\neg cop(D, E, F, G)$ (aksioma I8).
4. Važi $A = D$ ili $A \neq D$.
5. Pretpostavimo da važi: $A = D$.
6. Važi $A = E$ ili $A \neq E$.
7. Pretpostavimo da važi: $A = E$.
8. Važi $A = F$ ili $A \neq F$.
9. Pretpostavimo da važi: $A = F$.
10. Na osnovu činjenica $\neg col(A, B, C)$ i $A = B$ i $B = C$ i $A = D$ i $A = E$ i $A = F$ važi $\neg col(A, A, A)$.
11. Na osnovu činjenica $\neg cop(D, E, F, G)$ i $A = B$ i $B = C$ i $A = D$ i $A = E$ i $A = F$ važi $\neg cop(A, A, A, G)$.
12. Na osnovu činjenica $\neg col(A, A, A)$ i $A \in \alpha$ i $A \in \alpha$ i $A \in \alpha$ i $\neg cop(A, A, A, G)$ važi $G \notin \alpha$ (aksioma D4a).
13. Važi $A = G$ ili $A \neq G$.
14. Pretpostavimo da važi: $A = G$.
15. Na osnovu činjenica $G \notin \alpha$ i $A = B$ i $B = C$ i $A = D$ i $A = E$ i $A = F$ i $A = G$ važi $A \notin \alpha$.
16. Na osnovu činjenica $A \notin \alpha$ i $A \in \alpha$ dobijamo kontradikciju.
17. Pretpostavimo da važi: $A \neq G$.
18. Na osnovu činjenice $A \neq G$ postoji prava p tako da važi $A \in p$ i $G \in p$ (aksioma I1).
19. Na osnovu činjenica $A \in p$ i $A \in p$ i $A \in p$ važi $col(A, A, A)$ (aksioma D1).
20. Na osnovu činjenica $\neg col(A, B, C)$ i $A = B$ i $B = C$ i $A = D$ i $A = E$ i $A = F$ važi $\neg col(A, A, A)$.
21. Na osnovu činjenica $\neg col(A, A, A)$ i $col(A, A, A)$ dobijamo kontradikciju.
22. Teorema je dokazana u svim slučajevima.

23. Pretpostavimo da važi: $A \neq F$.
24. Na osnovu činjenice $A \neq F$ postoji prava p tako da važi $A \in p$ i $F \in p$ (aksioma I1).
25. Na osnovu činjenica $\neg col(A, B, C)$ i $A = B$ i $B = C$ i $A = D$ i $A = E$ važi $\neg col(A, A, A)$.
26. Na osnovu činjenica $\neg col(A, A, A)$ i $col(A, A, A)$ dobijamo kontradikciju.
27. Teorema je dokazana u svim slučajevima.
28. Pretpostavimo da važi: $A \neq E$.
29. Na osnovu činjenice $A \neq E$ postoji prava p tako da važi $A \in p$ i $E \in p$ (aksioma I1).
30. Na osnovu činjenica $\neg col(A, B, C)$ i $A = B$ i $B = C$ i $A = D$ važi $\neg col(A, A, A)$.
31. Na osnovu činjenica $\neg col(A, A, A)$ i $col(A, A, A)$ dobijamo kontradikciju.
32. Teorema je dokazana u svim slučajevima.
33. Pretpostavimo da važi: $A \neq D$.
34. Na osnovu činjenice $A \neq D$ postoji prava p tako da važi $A \in p$ i $D \in p$ (aksioma I1).
35. Na osnovu činjenica $\neg col(A, B, C)$ i $A = B$ i $B = C$ važi $\neg col(A, A, A)$.
36. Na osnovu činjenica $\neg col(A, A, A)$ i $col(A, A, A)$ dobijamo kontradikciju.
37. Teorema je dokazana u svim slučajevima.

QED

Teorema 2 (th_5c2.02.) *Pod pretpostavkom da važi $\neg col(A, B, C)$ i $A = B$ i $B \neq C$ pokazati da postoji prava p tako da važi $B \in \alpha$ i $C \in \alpha$.*

Dokaz:

1. Na osnovu činjenica $\neg col(A, B, C)$ i $A = B$ važi $\neg col(A, A, C)$.
2. Na osnovu činjenice $\neg col(A, A, C)$ važi $\neg col(A, C, A)$ (aksioma *sym.ncol1*).
3. Na osnovu činjenica $B \neq C$ i $A = B$ važi $A \neq C$.
4. Na osnovu činjenice $A \neq C$ postoji prava p tako da važi $A \in p$ i $C \in p$ (aksioma I1).
5. Na osnovu činjenica $A \neq C$ i $A \in p$ i $C \in p$ i $\neg col(A, C, A)$ važi $A \notin p$ (aksioma D2a).
6. Na osnovu činjenica $A \notin p$ i $A \in p$ dobijamo kontradikciju.

QED

Teorema 3 (th_5c2.03.) *Pod pretpostavkom da važi $\neg col(A, B, C)$ i $A = B$ i $B \neq C$ i $B \in \alpha$ i $C \in \alpha$ pokazati da važi $A \in p$.*

Dokaz:

1. Na osnovu činjenica $\neg col(A, B, C)$ i $A = B$ važi $\neg col(A, A, C)$.
2. Na osnovu činjenice $\neg col(A, A, C)$ važi $\neg col(A, C, A)$ (aksioma *sym.ncol1*).
3. Na osnovu činjenica $B \neq C$ i $A = B$ važi $A \neq C$.
4. Na osnovu činjenice $A \neq C$ postoji prava q tako da važi $A \in q$ i $C \in q$ (aksioma I1).
5. Na osnovu činjenica $A \neq C$ i $A \in q$ i $C \in q$ i $\neg col(A, C, A)$ važi $A \notin q$ (aksioma D2a).

6. Na osnovu činjenica $A \notin q$ i $A \in q$ dobijamo kontradikciju.

QED

Teorema 4 (th_5c2_04.) *Pod pretpostavkom da važi $\neg col(A, B, C)$ i $A = B$ i $B \neq C$ i $B \in \alpha$ i $C \in \alpha$ i $A \in p$ pokazati da važi $col(A, B, C)$.*

Dokaz:

1. Na osnovu činjenica $\neg col(A, B, C)$ i $A = B$ važi $\neg col(A, A, C)$.
2. Na osnovu činjenice $\neg col(A, A, C)$ važi $\neg col(A, C, A)$ (aksioma *sym_ncol1*).
3. Na osnovu činjenica $B \neq C$ i $A = B$ važi $A \neq C$.
4. Na osnovu činjenice $A \neq C$ postoji prava q tako da važi $A \in q$ i $C \in q$ (aksioma *I1*).
5. Na osnovu činjenica $A \neq C$ i $A \in q$ i $C \in q$ i $\neg col(A, C, A)$ važi $A \notin q$ (aksioma *D2a*).
6. Na osnovu činjenica $A \notin q$ i $A \in q$ dobijamo kontradikciju.

QED

Teorema 5 (th_5c2_05.) *Pod pretpostavkom da važi $\neg col(A, B, C)$ i $A \neq B$ pokazati da važi $B \neq C$ i $C \neq A$.*

Dokaz:

1. Na osnovu činjenice $A \neq B$ postoji prava p tako da važi $A \in p$ i $B \in p$ (aksioma *I1*).
2. Važi $A = C$ ili $A \neq C$.
3. Pretpostavimo da važi: $A = C$.
4. Na osnovu činjenica $\neg col(A, B, C)$ i $A = C$ važi $\neg col(A, B, A)$.
5. Na osnovu činjenica $A \neq B$ i $A \in p$ i $B \in p$ i $\neg col(A, B, A)$ važi $A \notin p$ (aksioma *D2a*).
6. Na osnovu činjenica $A \notin p$ i $A \in p$ dobijamo kontradikciju.
7. Pretpostavimo da važi: $A \neq C$.
8. Na osnovu činjenice $A \neq C$ važi $C \neq A$.
9. Važi $B = C$ ili $B \neq C$.
10. Pretpostavimo da važi: $B = C$.
11. Na osnovu činjenica $\neg col(A, B, C)$ i $B = C$ važi $\neg col(A, B, B)$.
12. Na osnovu činjenica $A \neq B$ i $A \in p$ i $B \in p$ i $\neg col(A, B, B)$ važi $B \notin p$ (aksioma *D2a*).
13. Na osnovu činjenica $B \notin p$ i $B \in p$ dobijamo kontradikciju.
14. Pretpostavimo da važi: $B \neq C$.
15. Zaključak teoreme sledi iz činjenica $B \neq C$ i $C \neq A$.
16. Teorema je dokazana u svim slučajevima.
17. Teorema je dokazana u svim slučajevima.

QED
