

# High school geometry theorems

Hilbert's axiomatic system.

Formalizovano od strane: Sana Stojanovic Djurdjevic

Dokaz generisan uz pomoć: ArgoGeoChecker.

30.03.2018.

**Teorema 1 (th\_5c.01.)** *Pod pretpostavkom da važi  $\neg col(A, B, C)$  i  $A = B$  pokazati da važi  $col(A, B, C)$ .*

*Dokaz:*

1. Na osnovu činjenica  $\neg col(A, B, C)$  i  $A = B$  važi  $\neg col(A, A, C)$ .
2. Na osnovu činjenice  $\neg col(A, A, C)$  važi  $\neg col(A, C, A)$  (aksioma *sym.ncol1*).
3. Postoje tačka  $D$  i tačka  $E$  i tačka  $F$  i tačka  $G$  tako da važi  $\neg cop(D, E, F, G)$  (aksioma *I8*).
4. Važi  $A = C$  ili  $A \neq C$ .
5. Pretpostavimo da važi:  $A = C$ .
  6. Na osnovu činjenica  $\neg col(A, B, C)$  i  $A = B$  i  $A = C$  važi  $\neg col(A, A, A)$ .
  7. Na osnovu činjenice  $\neg col(A, A, A)$  postoji ravan  $\alpha$  tako da važi  $A \in \alpha$  i  $A \in \alpha$  i  $A \in \alpha$  (aksioma *I4a*).
  8. Važi  $A = D$  ili  $A \neq D$ .
  9. Pretpostavimo da važi:  $A = D$ .
  10. Važi  $A = E$  ili  $A \neq E$ .
  11. Pretpostavimo da važi:  $A = E$ .
  12. Važi  $A = F$  ili  $A \neq F$ .
  13. Pretpostavimo da važi:  $A = F$ .
  14. Na osnovu činjenica  $\neg col(A, B, C)$  i  $A = B$  i  $A = C$  i  $A = D$  i  $A = E$  i  $A = F$  važi  $\neg col(A, A, A)$ .
  15. Na osnovu činjenica  $\neg cop(D, E, F, G)$  i  $A = B$  i  $A = C$  i  $A = D$  i  $A = E$  i  $A = F$  važi  $\neg cop(A, A, A, G)$ .
  16. Na osnovu činjenica  $\neg col(A, A, A)$  i  $A \in \alpha$  i  $A \in \alpha$  i  $A \in \alpha$  i  $\neg cop(A, A, A, G)$  važi  $G \notin \alpha$  (aksioma *D4a*).
  17. Važi  $A = G$  ili  $A \neq G$ .
  18. Pretpostavimo da važi:  $A = G$ .
    19. Na osnovu činjenica  $G \notin \alpha$  i  $A = B$  i  $A = C$  i  $A = D$  i  $A = E$  i  $A = F$  i  $A = G$  važi  $A \notin \alpha$ .
    20. Na osnovu činjenica  $A \notin \alpha$  i  $A \in \alpha$  dobijamo kontradikciju.
  21. Pretpostavimo da važi:  $A \neq G$ .
    22. Na osnovu činjenice  $A \neq G$  postoji prava  $p$  tako da važi  $A \in p$  i  $G \in p$  (aksioma *I1*).
    23. Na osnovu činjenica  $A \in p$  i  $A \in p$  i  $A \in p$  važi  $col(A, A, A)$  (aksioma *D1*).

24. Na osnovu činjenica  $\neg col(A, B, C)$  i  $A = B$  i  $A = C$  i  $A = D$  i  $A = E$  i  $A = F$  važi  $\neg col(A, A, A)$ .
25. Na osnovu činjenica  $\neg col(A, A, A)$  i  $col(A, A, A)$  dobijamo kontradikciju.
26. Teorema je dokazana u svim slučajevima.
27. Pretpostavimo da važi:  $A \neq F$ .
28. Na osnovu činjenice  $A \neq F$  postoji prava  $p$  tako da važi  $A \in p$  i  $F \in p$  (aksioma I1).
29. Na osnovu činjenica  $\neg col(A, B, C)$  i  $A = B$  i  $A = C$  i  $A = D$  i  $A = E$  važi  $\neg col(A, A, A)$ .
30. Na osnovu činjenica  $\neg col(A, A, A)$  i  $col(A, A, A)$  dobijamo kontradikciju.
31. Teorema je dokazana u svim slučajevima.
32. Pretpostavimo da važi:  $A \neq E$ .
33. Na osnovu činjenice  $A \neq E$  postoji prava  $p$  tako da važi  $A \in p$  i  $E \in p$  (aksioma I1).
34. Na osnovu činjenica  $\neg col(A, B, C)$  i  $A = B$  i  $A = C$  i  $A = D$  važi  $\neg col(A, A, A)$ .
35. Na osnovu činjenica  $\neg col(A, A, A)$  i  $col(A, A, A)$  dobijamo kontradikciju.
36. Teorema je dokazana u svim slučajevima.
37. Pretpostavimo da važi:  $A \neq D$ .
38. Na osnovu činjenice  $A \neq D$  postoji prava  $p$  tako da važi  $A \in p$  i  $D \in p$  (aksioma I1).
39. Na osnovu činjenica  $\neg col(A, B, C)$  i  $A = B$  i  $A = C$  važi  $\neg col(A, A, A)$ .
40. Na osnovu činjenica  $\neg col(A, A, A)$  i  $col(A, A, A)$  dobijamo kontradikciju.
41. Teorema je dokazana u svim slučajevima.
42. Pretpostavimo da važi:  $A \neq C$ .
43. Na osnovu činjenice  $A \neq C$  postoji prava  $p$  tako da važi  $A \in p$  i  $C \in p$  (aksioma I1).
44. Na osnovu činjenica  $A \neq C$  i  $A \in p$  i  $C \in p$  i  $\neg col(A, C, A)$  važi  $A \notin p$  (aksioma D2a).
45. Na osnovu činjenica  $A \notin p$  i  $A \in p$  dobijamo kontradikciju.
46. Teorema je dokazana u svim slučajevima.

QED

---

**Teorema 2 (th\_5c.02.)** Pod pretpostavkom da važi  $\neg col(A, B, C)$  i  $A \neq B$  pokazati da važi  $B \neq C$  i  $C \neq A$ .

*Dokaz:*

1. Na osnovu činjenice  $A \neq B$  postoji prava  $p$  tako da važi  $A \in p$  i  $B \in p$  (aksioma I1).
2. Važi  $A = C$  ili  $A \neq C$ .
3. Pretpostavimo da važi:  $A = C$ .
4. Na osnovu činjenica  $\neg col(A, B, C)$  i  $A = C$  važi  $\neg col(A, B, A)$ .
5. Na osnovu činjenica  $A \neq B$  i  $A \in p$  i  $B \in p$  i  $\neg col(A, B, A)$  važi  $A \notin p$  (aksioma D2a).

6. Na osnovu činjenica  $A \notin p$  i  $A \in p$  dobijamo kontradikciju.
7. Pretpostavimo da važi:  $A \neq C$ .
8. Na osnovu činjenice  $A \neq C$  važi  $C \neq A$ .
9. Važi  $B = C$  ili  $B \neq C$ .
10. Pretpostavimo da važi:  $B = C$ .
11. Na osnovu činjenica  $\neg col(A, B, C)$  i  $B = C$  važi  $\neg col(A, B, B)$ .
12. Na osnovu činjenica  $A \neq B$  i  $A \in p$  i  $B \in p$  i  $\neg col(A, B, B)$  važi  $B \notin p$  (aksioma  $D2a$ ).
13. Na osnovu činjenica  $B \notin p$  i  $B \in p$  dobijamo kontradikciju.
14. Pretpostavimo da važi:  $B \neq C$ .
15. Zaključak teoreme sledi iz činjenica  $B \neq C$  i  $C \neq A$ .
16. Teorema je dokazana u svim slučajevima.
17. Teorema je dokazana u svim slučajevima.

QED

---