

High school geometry theorems

Hilbert's axiomatic system.

Formalizovano od strane: Sana Stojanovic Djurdjevic

Dokaz generisan uz pomoć: ArgoGeoChecker.

30.03.2018.

Teorema 1 (th_15.01.) *Pod pretpostavkom da važi $bet(A, B, C)$ i $bet(A, D, C)$ pokazati da postoji prava p tako da važi $A \in p$ i $B \in p$ i $C \in p$.*

Dokaz:

1. Na osnovu činjenice $bet(A, B, C)$ važi $A \neq B$ i $A \neq C$ i $B \neq C$ i $col(A, B, C)$ i $bet(C, B, A)$ (aksioma *II1*).
2. Na osnovu činjenice $bet(A, D, C)$ važi $A \neq D$ i $A \neq C$ i $D \neq C$ i $col(A, D, C)$ i $bet(C, D, A)$ (aksioma *II1*).
3. Na osnovu činjenice $col(A, B, C)$ postoji prava p tako da važi $A \in p$ i $B \in p$ i $C \in p$ (aksioma *D2*).
4. Zaključak teoreme sledi iz činjenica $A \in p$ i $B \in p$ i $C \in p$.

QED

Teorema 2 (th_15.02.) *Pod pretpostavkom da važi $bet(A, B, C)$ i $bet(A, D, C)$ i $A \in p$ i $B \in p$ i $C \in p$ pokazati da važi $D \in p$.*

Dokaz:

1. Na osnovu činjenice $bet(A, D, C)$ važi $A \neq D$ i $A \neq C$ i $D \neq C$ i $col(A, D, C)$ i $bet(C, D, A)$ (aksioma *II1*).
2. Na osnovu činjenice $col(A, D, C)$ važi $col(A, C, D)$ i $col(D, A, C)$ i $col(D, C, A)$ i $col(C, A, D)$ i $col(C, D, A)$ (aksioma *sym_col*).
3. Važi $D \in p$ ili $D \notin p$.
4. Pretpostavimo da važi: $D \in p$.
5. Zaključak teoreme sledi iz činjenice $D \in p$.
6. Pretpostavimo da važi: $D \notin p$.
7. Na osnovu činjenica $A \neq C$ i $A \in p$ i $C \in p$ i $D \notin p$ važi $\neg col(A, C, D)$ (aksioma *D1a*).
8. Na osnovu činjenica $\neg col(A, C, D)$ i $col(A, C, D)$ dobijamo kontradikciju.
9. Teorema je dokazana u svim slučajevima.

QED

Teorema 3 (th_15.03.) *Pod pretpostavkom da važi $bet(A, B, C)$ i $bet(A, D, C)$ i $A \in p$ i $B \in p$ i $C \in p$ i $D \in p$ pokazati da važi $col(B, A, D)$.*

Dokaz:

1. Na osnovu činjenica $B \in p$ i $A \in p$ i $D \in p$ važi $col(B, A, D)$ (aksioma *D1*).
2. Zaključak teoreme sledi iz činjenice $col(B, A, D)$.

QED

Teorema 4 (th_15.04.) *Pod pretpostavkom da važi $bet(A, B, C)$ i $bet(A, D, C)$ i $A \in t$ i $B \in t$ i $C \in t$ i $D \in t$ i $col(B, A, D)$ pokazati da važi $\neg bet(B, A, D)$.*