

High school geometry theorems

Hilbert's axiomatic system.

Formalizovano od strane: Sana Stojanovic Djurdjevic

Dokaz generisan uz pomoć: ArgoGeoChecker.

30.03.2018.

Teorema 1 (th_21c.01.) *Pod pretpostavkom da važi $p \neq q$ i prave p i q se seku pokazati da postoji tačka A tako da važi $A \in p$ i $A \in q$.*

Dokaz:

1. Na osnovu činjenice prave p i q se seku postoji tačka A tako da važi $p \neq q$ i $A \in p$ i $A \in q$ (aksioma $D6$).
2. Zaključak teoreme sledi iz činjenica $A \in p$ i $A \in q$.

QED

Teorema 2 (th_21c.02.) *Pod pretpostavkom da važi $p \neq q$ i prave p i q se seku i $A \in p$ i $A \in q$ pokazati da postoji tačka B tako da važi $A \neq B$ i $B \in p$.*

Dokaz:

1. Postoje tačka B i tačka C tako da važi $B \neq C$ i $B \in p$ i $C \in p$ (aksioma $I3a$).
2. Važi $A = B$ ili $A \neq B$.
3. Pretpostavimo da važi: $A = B$.
4. Na osnovu činjenica $B \neq C$ i $A = B$ važi $A \neq C$.
5. Zaključak teoreme sledi iz činjenica $A \neq C$ i $C \in p$.
6. Pretpostavimo da važi: $A \neq B$.
7. Zaključak teoreme sledi iz činjenica $A \neq B$ i $B \in p$.
8. Teorema je dokazana u svim slučajevima.

QED

Teorema 3 (th_21c.03.) *Pod pretpostavkom da važi $p \neq q$ i prave p i q se seku i $A \in p$ i $A \in q$ i $A \neq B$ i $B \in p$ pokazati da postoji tačka C tako da važi $A \neq C$ i $C \in q$.*

Dokaz:

1. Postoje tačka C i tačka D tako da važi $C \neq D$ i $C \in q$ i $D \in q$ (aksioma $I3a$).
2. Važi $A = C$ ili $A \neq C$.
3. Pretpostavimo da važi: $A = C$.
4. Na osnovu činjenica $C \neq D$ i $A = C$ važi $A \neq D$.
5. Zaključak teoreme sledi iz činjenica $A \neq D$ i $D \in q$.
6. Pretpostavimo da važi: $A \neq C$.
7. Zaključak teoreme sledi iz činjenica $A \neq C$ i $C \in q$.

8. Teorema je dokazana u svim slučajevima.

QED

Teorema 4 (th_21c.04.) *Pod pretpostavkom da važi $p \neq q$ i prave p i q se seku i $A \in p$ i $A \in q$ i $A \neq B$ i $B \in p$ i $A \neq C$ i $C \in q$ pokazati da važi $col(A, B, C)$ ili $\neg col(A, B, C)$.*

Dokaz:

1. Na osnovu činjenica $A \in p$ i $B \in p$ i $B \in p$ važi $col(A, B, B)$ (aksioma D1).
2. Važi $B = C$ ili $B \neq C$.
3. Pretpostavimo da važi: $B = C$.
4. Na osnovu činjenica $col(A, B, B)$ i $B = C$ važi $col(A, B, C)$.
5. Zaključak teoreme sledi iz činjenice $col(A, B, C)$.
6. Pretpostavimo da važi: $B \neq C$.
7. Na osnovu činjenica $A \neq B$ i $A \neq C$ i $B \neq C$ važi $col(A, B, C)$ ili $\neg col(A, B, C)$.
8. Pretpostavimo da važi: $col(A, B, C)$.
9. Zaključak teoreme sledi iz činjenice $col(A, B, C)$.
10. Pretpostavimo da važi: $\neg col(A, B, C)$.
11. Zaključak teoreme sledi iz činjenice $\neg col(A, B, C)$.
12. Teorema je dokazana u svim slučajevima.
13. Teorema je dokazana u svim slučajevima.

QED

Teorema 5 (th_21c.05.) *Pod pretpostavkom da važi $p \neq q$ i prave p i q se seku i $A \in p$ i $A \in q$ i $A \neq B$ i $B \in p$ i $A \neq C$ i $C \in q$ i $col(A, B, C)$ pokazati da važi $p = q$.*

Dokaz:

1. Na osnovu činjenice $col(A, B, C)$ postoji prava r tako da važi $A \in r$ i $B \in r$ i $C \in r$ (aksioma D2).
2. Na osnovu činjenica $A \neq B$ i $A \in p$ i $B \in p$ i $A \in r$ i $B \in r$ važi $p = r$ (aksioma I2).
3. Na osnovu činjenica $C \in r$ i $p = r$ važi $C \in p$.
4. Na osnovu činjenica $A \neq C$ i $A \in p$ i $C \in p$ i $A \in q$ i $C \in q$ važi $p = q$ (aksioma I2).
5. Na osnovu činjenica $p \neq q$ i $p = q$ dobijamo kontradikciju.

QED

Teorema 6 (th_21c.06.) *Pod pretpostavkom da važi $p \neq q$ i prave p i q se seku i $A \in p$ i $A \in q$ i $A \neq B$ i $B \in p$ i $A \neq C$ i $C \in q$ i $\neg col(A, B, C)$ pokazati da postoji ravan α tako da važi $A \in \alpha$ i $B \in \alpha$ i $C \in \alpha$.*

Dokaz:

1. Na osnovu činjenice $\neg col(A, B, C)$ postoji ravan α tako da važi $A \in \alpha$ i $B \in \alpha$ i $C \in \alpha$ (aksioma I4a).
2. Zaključak teoreme sledi iz činjenica $A \in \alpha$ i $B \in \alpha$ i $C \in \alpha$.

QED

Teorema 7 (th_21c_07.) Pod pretpostavkom da važi $p \neq q$ i prave p i q se seku i $A \in p$ i $A \in q$ i $A \neq B$ i $B \in p$ i $A \neq C$ i $C \in q$ i $\neg col(A, B, C)$ i $A \in \alpha$ i $B \in \alpha$ i $C \in \alpha$ pokazati da važi $p \in \alpha$.

Dokaz:

1. Na osnovu činjenica $A \neq B$ i $A \in p$ i $B \in p$ i $A \in \alpha$ i $B \in \alpha$ važi $p \in \alpha$ (aksioma I6).
2. Zaključak teoreme sledi iz činjenice $p \in \alpha$.

QED

Teorema 8 (th_21c_08.) Pod pretpostavkom da važi $p \neq q$ i prave p i q se seku i $A \in p$ i $A \in q$ i $A \neq B$ i $B \in p$ i $A \neq C$ i $C \in q$ i $\neg col(A, B, C)$ i $A \in \alpha$ i $B \in \alpha$ i $C \in \alpha$ i $p \in \alpha$ pokazati da važi $q \in \alpha$.

Dokaz:

1. Na osnovu činjenica $A \neq C$ i $A \in q$ i $C \in q$ i $A \in \alpha$ i $C \in \alpha$ važi $q \in \alpha$ (aksioma I6).
2. Zaključak teoreme sledi iz činjenice $q \in \alpha$.

QED
