

Examples of proofs in axiomatic system E

Formal system E for Euclid's Elements.

Formalizovano od strane: Sana Stojanovic Djurdjevic

Dokaz generisan uz pomoć: ArgoGeoChecker.

30.03.2018.

Teorema 1 (th_prop2.01.) *Pod pretpostavkom da važi $B \neq C$ i $A \neq B$ i $A \neq C$ pokazati da postoji tačka D tako da važi $D \neq A$ i $D \neq B$ i $AB \cong BD$ i $BD \cong DA$.*

Teorema 2 (th_prop2.02.) *Pod pretpostavkom da važi $A \neq B$ i $C \neq A$ i $C \neq B$ i $D \neq C$ i $D \neq A$ i $CA \cong AD$ i $AD \cong DC$ pokazati da postoji prava p tako da važi $on(D, p)$ i $on(C, p)$.*

Dokaz:

1. Na osnovu činjenice $D \neq C$ važi $C \neq D$.
2. Na osnovu činjenice $C \neq D$ postoji prava u tako da važi $on(C, u)$ i $on(D, u)$ (aksioma *lines_and_circles1*).
3. Zaključak teoreme sledi iz činjenica $on(D, u)$ i $on(C, u)$.

QED

Teorema 3 (th_prop2.03.) *Pod pretpostavkom da važi $A \neq B$ i $C \neq A$ i $C \neq B$ i $D \neq C$ i $D \neq A$ i $CA \cong AD$ i $AD \cong DC$ i $on(D, p)$ i $on(C, p)$ pokazati da postoji prava q tako da važi $on(D, q)$ i $on(A, q)$.*

Dokaz:

1. Na osnovu činjenice $D \neq A$ važi $A \neq D$.
2. Na osnovu činjenice $A \neq D$ postoji prava s tako da važi $on(A, s)$ i $on(D, s)$ (aksioma *lines_and_circles1*).
3. Zaključak teoreme sledi iz činjenica $on(D, s)$ i $on(A, s)$.

QED

Teorema 4 (th_prop2.04.) *Pod pretpostavkom da važi $A \neq B$ i $C \neq A$ i $C \neq B$ i $D \neq C$ i $D \neq A$ i $CA \cong AD$ i $AD \cong DC$ i $on(D, p)$ i $on(C, p)$ i $on(D, q)$ i $on(A, q)$ pokazati da postoji krug α tako da važi A je centar kruga α i B leži na krugu α .*

Dokaz:

1. Na osnovu činjenice $A \neq B$ postoji krug α tako da važi A je centar kruga α i B leži na krugu α (aksioma *lines_and_circles2*).
2. Zaključak teoreme sledi iz činjenica A je centar kruga α i B leži na krugu α .

QED

Teorema 5 (th_prop2.05.) Pod pretpostavkom da važi $B \neq C$ i $A \neq B$ i $A \neq C$ i $D \neq A$ i $D \neq B$ i $AB \cong BD$ i $BD \cong DA$ i $on(D, t)$ i $on(A, t)$ i $on(D, u)$ i $on(B, u)$ i B je centar kruga α_2 i C leži na krugu α_2 pokazati da postoji tačka I tako da važi $on(I, u)$ i I leži na krugu α_2 i $bet(D, B, I)$.

Teorema 6 (th_prop2.06.) Pod pretpostavkom da važi $A \neq B$ i $C \neq A$ i $C \neq B$ i $D \neq C$ i $D \neq A$ i $CA \cong AD$ i $AD \cong DC$ i $on(D, p)$ i $on(C, p)$ i $on(D, q)$ i $on(A, q)$ i A je centar kruga α i B leži na krugu α i $on(E, q)$ i E leži na krugu α i $bet(D, A, E)$ pokazati da važi $segment_add(D, A, A, E, D, E)$.

Dokaz:

1. Na osnovu činjenice $bet(D, A, E)$ važi $segment_add(D, A, A, E, D, E)$ (aksioma $segment1$).
2. Zaključak teoreme sledi iz činjenice $segment_add(D, A, A, E, D, E)$.

QED

Teorema 7 (th_prop2.07.) Pod pretpostavkom da važi $B \neq C$ i $A \neq B$ i $A \neq C$ i $D \neq A$ i $D \neq B$ i $AB \cong BD$ i $BD \cong DA$ i $on(D, t)$ i $on(A, t)$ i $on(D, u)$ i $on(B, u)$ i B je centar kruga α_2 i C leži na krugu α_2 i $on(I, u)$ i I leži na krugu α_2 i $bet(D, B, I)$ i $segment_add(D, B, B, I, D, I)$ pokazati da važi $segment_add(D, A, B, I, D, I)$.

Teorema 8 (th_prop2.08.) Pod pretpostavkom da važi $B \neq C$ i $A \neq B$ i $A \neq C$ i $D \neq A$ i $D \neq B$ i $AB \cong BD$ i $BD \cong DA$ i $on(D, t)$ i $on(A, t)$ i $on(D, u)$ i $on(B, u)$ i B je centar kruga α_2 i C leži na krugu α_2 i $on(I, u)$ i I leži na krugu α_2 i $bet(D, B, I)$ i $segment_add(D, B, B, I, D, I)$ i $segment_add(D, A, B, I, D, I)$ pokazati da važi $cong_less(D, A, D, I)$.

Teorema 9 (th_prop2.09.) Pod pretpostavkom da važi $A \neq B$ i $C \neq A$ i $C \neq B$ i $D \neq C$ i $D \neq A$ i $CA \cong AD$ i $AD \cong DC$ i $on(D, p)$ i $on(C, p)$ i $on(D, q)$ i $on(A, q)$ i A je centar kruga α i B leži na krugu α i $on(E, q)$ i E leži na krugu α i $bet(D, A, E)$ i $segment_add(D, A, A, E, D, E)$ i $segment_add(D, C, A, E, D, E)$ i $cong_less(D, C, D, E)$ pokazati da postoji krug β tako da važi D je centar kruga β i E leži na krugu β .

Dokaz:

1. Na osnovu činjenice $bet(D, A, E)$ važi $bet(E, A, D)$ i $D \neq A$ i $D \neq E$ i $\neg bet(A, D, E)$ (aksioma $bet1$).
2. Na osnovu činjenice $D \neq E$ postoji krug β_5 tako da važi D je centar kruga β_5 i E leži na krugu β_5 (aksioma $lines_and_circles2$).
3. Zaključak teoreme sledi iz činjenica D je centar kruga β_5 i E leži na krugu β_5 .

QED

Teorema 10 (th_prop2.10.) Pod pretpostavkom da važi $A \neq B$ i $C \neq A$ i $C \neq B$ i $D \neq C$ i $D \neq A$ i $CA \cong AD$ i $AD \cong DC$ i $on(D, p)$ i $on(C, p)$ i $on(D, q)$ i $on(A, q)$ i A je centar kruga α i B leži na krugu α i $on(E, q)$ i E leži na krugu α i $bet(D, A, E)$ i $segment_add(D, A, A, E, D, E)$ i $segment_add(D, C, A, E, D, E)$ i $cong_less(D, C, D, E)$ i D je centar kruga β i E leži na krugu β pokazati da važi C se nalazi unutar kruga β .

Dokaz:

1. Na osnovu činjenica D je centar kruga β i E leži na krugu β i $\text{cong_less}(D, C, D, E)$ važi C se nalazi unutar kruga β (aksioma *segment4.1*).

2. Zaključak teoreme sledi iz činjenice C se nalazi unutar kruga β .

QED

Teorema 11 (th_prop2.11.) Pod pretpostavkom da važi $B \neq C$ i $A \neq B$ i $A \neq C$ i $D \neq A$ i $D \neq B$ i $AB \cong BD$ i $BD \cong DA$ i $\text{on}(D, t)$ i $\text{on}(A, t)$ i $\text{on}(D, u)$ i $\text{on}(B, u)$ i B je centar kruga α_2 i C leži na krugu α_2 i $\text{on}(I, u)$ i I leži na krugu α_2 i $\text{bet}(D, B, I)$ i $\text{segment_add}(D, B, B, I, D, I)$ i $\text{segment_add}(D, A, B, I, D, I)$ i $\text{cong_less}(D, A, D, I)$ i D je centar kruga α_3 i I leži na krugu α_3 i A se nalazi unutar kruga α_3 pokazati da postoji tačka K tako da važi K leži na krugu α_3 i $\text{on}(K, t)$ i $\text{bet}(D, A, K)$.

Teorema 12 (th_prop2.12.) Pod pretpostavkom da važi $A \neq B$ i $C \neq A$ i $C \neq B$ i $D \neq C$ i $D \neq A$ i $CA \cong AD$ i $AD \cong DC$ i $\text{on}(D, p)$ i $\text{on}(C, p)$ i $\text{on}(D, q)$ i $\text{on}(A, q)$ i A je centar kruga α i B leži na krugu α i $\text{on}(E, q)$ i E leži na krugu α i $\text{bet}(D, A, E)$ i $\text{segment_add}(D, A, A, E, D, E)$ i $\text{segment_add}(D, C, A, E, D, E)$ i $\text{cong_less}(D, C, D, E)$ i D je centar kruga β i E leži na krugu β i C se nalazi unutar kruga β i F leži na krugu β i $\text{on}(F, p)$ i $\text{bet}(D, C, F)$ pokazati da važi $\text{segment_add}(D, C, C, F, D, F)$.

Dokaz:

1. Na osnovu činjenice $\text{bet}(D, C, F)$ važi $\text{segment_add}(D, C, C, F, D, F)$ (aksioma *segment1*).

2. Zaključak teoreme sledi iz činjenice $\text{segment_add}(D, C, C, F, D, F)$.

QED

Teorema 13 (th_prop2.13.) Pod pretpostavkom da važi $A \neq B$ i $C \neq A$ i $C \neq B$ i $D \neq C$ i $D \neq A$ i $CA \cong AD$ i $AD \cong DC$ i $\text{on}(D, p)$ i $\text{on}(C, p)$ i $\text{on}(D, q)$ i $\text{on}(A, q)$ i A je centar kruga α i B leži na krugu α i $\text{on}(E, q)$ i E leži na krugu α i $\text{bet}(D, A, E)$ i $\text{segment_add}(D, A, A, E, D, E)$ i $\text{segment_add}(D, C, A, E, D, E)$ i $\text{cong_less}(D, C, D, E)$ i D je centar kruga β i E leži na krugu β i C se nalazi unutar kruga β i F leži na krugu β i $\text{on}(F, p)$ i $\text{bet}(D, C, F)$ i $\text{segment_add}(D, C, C, F, D, F)$ pokazati da važi $DF \cong DE$.

Dokaz:

1. Na osnovu činjenica D je centar kruga β i E leži na krugu β i F leži na krugu β važi $DF \cong DE$ (aksioma *segment3.2*).

2. Zaključak teoreme sledi iz činjenice $DF \cong DE$.

QED

Teorema 14 (th_prop2.14.) Pod pretpostavkom da važi $B \neq C$ i $A \neq B$ i $A \neq C$ i $D \neq A$ i $D \neq B$ i $AB \cong BD$ i $BD \cong DA$ i $\text{on}(D, t)$ i $\text{on}(A, t)$ i $\text{on}(D, u)$ i $\text{on}(B, u)$ i B je centar kruga α_2 i C leži na krugu α_2 i $\text{on}(I, u)$ i I leži na krugu α_2 i $\text{bet}(D, B, I)$ i $\text{segment_add}(D, B, B, I, D, I)$ i $\text{segment_add}(D, A, B, I, D, I)$ i $\text{cong_less}(D, A, D, I)$ i D je centar kruga α_3 i I leži na krugu α_3 i A se nalazi unutar kruga α_3 i K leži na krugu α_3 i $\text{on}(K, t)$ i $\text{bet}(D, A, K)$ i $\text{segment_add}(D, A, A, K, D, K)$ i $DK \cong DI$ pokazati da važi $\text{segment_add}(D, A, B, I, D, K)$.

Teorema 15 (th_prop2.15.) Pod pretpostavkom da važi $B \neq C$ i $A \neq B$ i $A \neq C$ i $D \neq A$ i $D \neq B$ i $AB \cong BD$ i $BD \cong DA$ i $\text{on}(D, t)$ i $\text{on}(A, t)$ i $\text{on}(D, u)$ i $\text{on}(B, u)$ i B je centar kruga α_2 i C leži na krugu α_2 i $\text{on}(I, u)$ i I leži na krugu α_2 i $\text{bet}(D, B, I)$ i $\text{segment_add}(D, B, B, I, D, I)$ i $\text{segment_add}(D, A, B, I, D, I)$ i $\text{cong_less}(D, A, D, I)$ i D je centar kruga α_3 i I leži na krugu α_3 i A se nalazi unutar kruga α_3 i K leži na krugu α_3 i $\text{on}(K, t)$ i $\text{bet}(D, A, K)$ i $\text{segment_add}(D, A, A, K, D, K)$ i $DK \cong DI$ i $\text{segment_add}(D, A, B, I, D, K)$ pokazati da važi $AK \cong BI$.

Teorema 16 (th_prop2.16.) Pod pretpostavkom da važi $A \neq B$ i $C \neq A$ i $C \neq B$ i $D \neq C$ i $D \neq A$ i $CA \cong AD$ i $AD \cong DC$ i $on(D, p)$ i $on(C, p)$ i $on(D, q)$ i $on(A, q)$ i A je centar kruga α i B leži na krugu α i $on(E, q)$ i E leži na krugu α i $bet(D, A, E)$ i $segment_add(D, A, A, E, D, E)$ i $segment_add(D, C, A, E, D, E)$ i $cong_less(D, C, D, E)$ i D je centar kruga β i E leži na krugu β i C se nalazi unutar kruga β i F leži na krugu β i $on(F, p)$ i $bet(D, C, F)$ i $segment_add(D, C, C, F, D, F)$ i $DF \cong DE$ i $segment_add(D, C, A, E, D, F)$ i $CF \cong AE$ pokazati da važi $AE \cong AB$.

Dokaz:

1. Na osnovu činjenica A je centar kruga α i B leži na krugu α i E leži na krugu α važi $AE \cong AB$ (aksioma *segment3.2*).
2. Zaključak teoreme sledi iz činjenice $AE \cong AB$.

QED

Teorema 17 (th_prop2.17.) Pod pretpostavkom da važi $A \neq B$ i $C \neq A$ i $C \neq B$ i $D \neq C$ i $D \neq A$ i $CA \cong AD$ i $AD \cong DC$ i $on(D, p)$ i $on(C, p)$ i $on(D, q)$ i $on(A, q)$ i A je centar kruga α i B leži na krugu α i $on(E, q)$ i E leži na krugu α i $bet(D, A, E)$ i $segment_add(D, A, A, E, D, E)$ i $segment_add(D, C, A, E, D, E)$ i $cong_less(D, C, D, E)$ i D je centar kruga β i E leži na krugu β i C se nalazi unutar kruga β i F leži na krugu β i $on(F, p)$ i $bet(D, C, F)$ i $segment_add(D, C, C, F, D, F)$ i $DF \cong DE$ i $segment_add(D, C, A, E, D, F)$ i $CF \cong AE$ i $AE \cong AB$ pokazati da važi $CF \cong AB$.

Dokaz:

1. Na osnovu činjenice $CF \cong AE$ važi $AE \cong CF$ (aksioma *cong_symmetry*).
2. Na osnovu činjenica $AE \cong AB$ i $AE \cong CF$ važi $AB \cong CF$ (aksioma *cong_transitivity*).
3. Na osnovu činjenice $AB \cong CF$ važi $CF \cong AB$ (aksioma *cong_symmetry*).
4. Zaključak teoreme sledi iz činjenice $CF \cong AB$.

QED
