

# High school geometry theorems

Hilbert's axiomatic system.

Formalizovano od strane: Sana Stojanovic Djurdjevic

Dokaz generisan uz pomoć: ArgoGeoChecker.

30.03.2018.

**Teorema 1 (th\_5c3.01.)** *Pod pretpostavkom da važi  $A = B$  i  $B = C$  pokazati da važi  $col(A, B, C)$ .*

*Dokaz:*

1. Postoje tačka  $D$  i tačka  $E$  i tačka  $F$  tako da važi  $\neg col(D, E, F)$  (aksioma  $I3b$ ).
2. Postoje tačka  $G$  i tačka  $I$  i tačka  $J$  i tačka  $K$  tako da važi  $\neg cop(G, I, J, K)$  (aksioma  $I8$ ).
3. Važi  $A = D$  ili  $A \neq D$ .
4. Pretpostavimo da važi:  $A = D$ .
5. Važi  $A = E$  ili  $A \neq E$ .
6. Pretpostavimo da važi:  $A = E$ .
7. Važi  $A = F$  ili  $A \neq F$ .
8. Pretpostavimo da važi:  $A = F$ .
9. Na osnovu činjenica  $\neg col(D, E, F)$  i  $A = B$  i  $B = C$  i  $A = D$  i  $A = E$  i  $A = F$  važi  $\neg col(A, A, A)$ .
10. Na osnovu činjenice  $\neg col(A, A, A)$  postoji ravan  $\alpha$  tako da važi  $A \in \alpha$  i  $A \in \alpha$  i  $A \in \alpha$  (aksioma  $I4a$ ).
11. Važi  $A = G$  ili  $A \neq G$ .
12. Pretpostavimo da važi:  $A = G$ .
13. Važi  $A = I$  ili  $A \neq I$ .
14. Pretpostavimo da važi:  $A = I$ .
15. Važi  $A = J$  ili  $A \neq J$ .
16. Pretpostavimo da važi:  $A = J$ .
17. Na osnovu činjenica  $\neg col(D, E, F)$  i  $A = B$  i  $B = C$  i  $A = D$  i  $A = E$  i  $A = F$  i  $A = G$  i  $A = I$  i  $A = J$  važi  $\neg col(A, A, A)$ .
18. Na osnovu činjenica  $\neg cop(G, I, J, K)$  i  $A = B$  i  $B = C$  i  $A = D$  i  $A = E$  i  $A = F$  i  $A = G$  i  $A = I$  i  $A = J$  važi  $\neg cop(A, A, A, K)$ .
19. Na osnovu činjenica  $\neg col(A, A, A)$  i  $A \in \alpha$  i  $A \in \alpha$  i  $A \in \alpha$  i  $\neg cop(A, A, A, K)$  važi  $K \notin \alpha$  (aksioma  $D4a$ ).
20. Važi  $A = K$  ili  $A \neq K$ .
21. Pretpostavimo da važi:  $A = K$ .

22. Na osnovu činjenica  $K \notin \alpha$  i  $A = B$  i  $B = C$  i  $A = D$  i  $A = E$  i  $A = F$  i  $A = G$  i  $A = I$  i  $A = J$  i  $A = K$  važi  $A \notin \alpha$ .
23. Na osnovu činjenica  $A \notin \alpha$  i  $A \in \alpha$  dobijamo kontradikciju.
24. Pretpostavimo da važi:  $A \neq K$ .
25. Na osnovu činjenice  $A \neq K$  postoji prava  $p$  tako da važi  $A \in p$  i  $K \in p$  (aksioma I1).
26. Na osnovu činjenica  $A \in p$  i  $A \in p$  i  $A \in p$  važi  $col(A, A, A)$  (aksioma D1).
27. Na osnovu činjenica  $\neg col(D, E, F)$  i  $A = B$  i  $B = C$  i  $A = D$  i  $A = E$  i  $A = F$  i  $A = G$  i  $A = I$  i  $A = J$  važi  $\neg col(A, A, A)$ .
28. Na osnovu činjenica  $\neg col(A, A, A)$  i  $col(A, A, A)$  dobijamo kontradikciju.
29. Teorema je dokazana u svim slučajevima.
30. Pretpostavimo da važi:  $A \neq J$ .
31. Na osnovu činjenice  $A \neq J$  postoji prava  $p$  tako da važi  $A \in p$  i  $J \in p$  (aksioma I1).
32. Na osnovu činjenica  $\neg col(D, E, F)$  i  $A = B$  i  $B = C$  i  $A = D$  i  $A = E$  i  $A = F$  i  $A = G$  i  $A = I$  važi  $\neg col(A, A, A)$ .
33. Na osnovu činjenica  $\neg col(A, A, A)$  i  $col(A, A, A)$  dobijamo kontradikciju.
34. Teorema je dokazana u svim slučajevima.
35. Pretpostavimo da važi:  $A \neq I$ .
36. Na osnovu činjenice  $A \neq I$  postoji prava  $p$  tako da važi  $A \in p$  i  $I \in p$  (aksioma I1).
37. Na osnovu činjenica  $\neg col(D, E, F)$  i  $A = B$  i  $B = C$  i  $A = D$  i  $A = E$  i  $A = F$  i  $A = G$  važi  $\neg col(A, A, A)$ .
38. Na osnovu činjenica  $\neg col(A, A, A)$  i  $col(A, A, A)$  dobijamo kontradikciju.
39. Teorema je dokazana u svim slučajevima.
40. Pretpostavimo da važi:  $A \neq G$ .
41. Na osnovu činjenice  $A \neq G$  postoji prava  $p$  tako da važi  $A \in p$  i  $G \in p$  (aksioma I1).
42. Na osnovu činjenica  $\neg col(D, E, F)$  i  $A = B$  i  $B = C$  i  $A = D$  i  $A = E$  i  $A = F$  važi  $\neg col(A, A, A)$ .
43. Na osnovu činjenica  $\neg col(A, A, A)$  i  $col(A, A, A)$  dobijamo kontradikciju.
44. Teorema je dokazana u svim slučajevima.
45. Pretpostavimo da važi:  $A \neq F$ .
46. Na osnovu činjenice  $A \neq F$  postoji prava  $p$  tako da važi  $A \in p$  i  $F \in p$  (aksioma I1).
47. Na osnovu činjenica  $col(A, A, A)$  i  $A = B$  i  $A = C$  važi  $col(A, B, C)$ .
48. Zaključak teoreme sledi iz činjenice  $col(A, B, C)$ .
49. Teorema je dokazana u svim slučajevima.
50. Pretpostavimo da važi:  $A \neq E$ .

51. Na osnovu činjenice  $A \neq E$  postoji prava  $p$  tako da važi  $A \in p$  i  $E \in p$  (aksioma I1).
  52. Na osnovu činjenica  $col(A, A, A)$  i  $A = B$  i  $A = C$  važi  $col(A, B, C)$ .
  53. Zaključak teoreme sledi iz činjenice  $col(A, B, C)$ .
  54. Teorema je dokazana u svim slučajevima.
  55. Pretpostavimo da važi:  $A \neq D$ .
  56. Na osnovu činjenice  $A \neq D$  postoji prava  $p$  tako da važi  $A \in p$  i  $D \in p$  (aksioma I1).
  57. Na osnovu činjenica  $col(A, A, A)$  i  $A = B$  i  $A = C$  važi  $col(A, B, C)$ .
  58. Zaključak teoreme sledi iz činjenice  $col(A, B, C)$ .
  59. Teorema je dokazana u svim slučajevima.
- QED

---

**Teorema 2 (th\_5c3.02.)** *Pod pretpostavkom da važi  $\neg col(A, B, C)$  i  $A = B$  i  $B \neq C$  pokazati da postoji prava  $p$  tako da važi  $B \in p$  i  $C \in p$ .*

*Dokaz:*

1. Na osnovu činjenica  $B \neq C$  i  $A = B$  važi  $A \neq C$ .
2. Na osnovu činjenice  $A \neq C$  postoji prava  $p$  tako da važi  $A \in p$  i  $C \in p$  (aksioma I1).
3. Na osnovu činjenica  $A \in p$  i  $A = B$  važi  $B \in p$ .
4. Zaključak teoreme sledi iz činjenica  $B \in p$  i  $C \in p$ .

QED

---

**Teorema 3 (th\_5c3.03.)** *Pod pretpostavkom da važi  $A = B$  i  $B \neq C$  i  $B \in p$  i  $C \in p$  pokazati da važi  $col(A, B, C)$ .*

*Dokaz:*

1. Na osnovu činjenica  $B \in p$  i  $A = B$  važi  $A \in p$ .
2. Na osnovu činjenica  $A \in p$  i  $A \in p$  i  $C \in p$  važi  $col(A, A, C)$  (aksioma D1).
3. Na osnovu činjenica  $col(A, A, C)$  i  $A = B$  važi  $col(A, B, C)$ .
4. Zaključak teoreme sledi iz činjenice  $col(A, B, C)$ .

QED

---

**Teorema 4 (th\_5c3.04.)** *Pod pretpostavkom da važi  $\neg col(A, B, C)$  i  $A \neq B$  pokazati da postoji prava  $p$  tako da važi  $A \in p$  i  $B \in p$ .*

*Dokaz:*

1. Na osnovu činjenice  $A \neq B$  postoji prava  $p$  tako da važi  $A \in p$  i  $B \in p$  (aksioma I1).
2. Zaključak teoreme sledi iz činjenica  $A \in p$  i  $B \in p$ .

QED

---

**Teorema 5 (th\_5c3.05.)** *Pod pretpostavkom da važi  $A \neq B$  i  $A \in p$  i  $B \in p$  i  $B = C$  pokazati da važi  $col(A, B, C)$ .*

*Dokaz:*

1. Na osnovu činjenica  $A \in p$  i  $B \in p$  i  $B \in p$  važi  $col(A, B, B)$  (aksioma D1).
2. Na osnovu činjenica  $col(A, B, B)$  i  $B = C$  važi  $col(A, B, C)$ .
3. Zaključak teoreme sledi iz činjenice  $col(A, B, C)$ .

QED

---

**Teorema 6 (th\_5c3.06.)** *Pod pretpostavkom da važi  $\neg col(A, B, C)$  i  $A \neq B$  i  $A \in p$  i  $B \in p$  i  $B \neq C$  pokazati da važi  $C \neq A$ .*

*Dokaz:*

1. Na osnovu činjenica  $A \neq B$  i  $A \in p$  i  $B \in p$  i  $\neg col(A, B, C)$  važi  $C \notin p$  (aksioma  $D2a$ ).
2. Važi  $A = C$  ili  $A \neq C$ .
3. Pretpostavimo da važi:  $A = C$ .
  4. Na osnovu činjenica  $C \notin p$  i  $A = C$  važi  $A \notin p$ .
  5. Na osnovu činjenica  $A \notin p$  i  $A \in p$  dobijamo kontradikciju.
6. Pretpostavimo da važi:  $A \neq C$ .
  7. Na osnovu činjenice  $A \neq C$  važi  $C \neq A$ .
  8. Zaključak teoreme sledi iz činjenice  $C \neq A$ .
9. Teorema je dokazana u svim slučajevima.

QED

---