

High school geometry theorems

Hilbert's axiomatic system.

Formalizovano od strane: Sana Stojanovic Djurdjevic

Dokaz generisan uz pomoć: ArgoGeoChecker.

30.03.2018.

Teorema 1 (th_6c.01.) *Pod pretpostavkom da važi $p \neq q$ i $q \neq r$ i $r \neq p$ i prave p i q se seku i prave q i r se seku i prave r i p se seku i $A \in p$ i $A \in q$ i $A \notin r$ i $B \notin p$ i $B \in q$ i $B \in r$ i $C \in p$ i $C \notin q$ i $C \in r$ pokazati da važi $A \neq B$ i $B \neq C$ i $C \neq A$.*

Dokaz:

1. Važi $A = B$ ili $A \neq B$.
2. Pretpostavimo da važi: $A = B$.
3. Na osnovu činjenica $B \notin p$ i $A = B$ važi $A \notin p$.
4. Na osnovu činjenica $A \notin p$ i $A \in p$ dobijamo kontradikciju.
5. Pretpostavimo da važi: $A \neq B$.
6. Važi $A = C$ ili $A \neq C$.
7. Pretpostavimo da važi: $A = C$.
8. Na osnovu činjenica $C \notin q$ i $A = C$ važi $A \notin q$.
9. Na osnovu činjenica $A \notin q$ i $A \in q$ dobijamo kontradikciju.
10. Pretpostavimo da važi: $A \neq C$.
11. Na osnovu činjenice $A \neq C$ važi $C \neq A$.
12. Važi $B = C$ ili $B \neq C$.
13. Pretpostavimo da važi: $B = C$.
14. Na osnovu činjenica $C \in p$ i $B = C$ važi $B \in p$.
15. Na osnovu činjenica $B \notin p$ i $B \in p$ dobijamo kontradikciju.
16. Pretpostavimo da važi: $B \neq C$.
17. Zaključak teoreme sledi iz činjenica $A \neq B$ i $B \neq C$ i $C \neq A$.
18. Teorema je dokazana u svim slučajevima.
19. Teorema je dokazana u svim slučajevima.
20. Teorema je dokazana u svim slučajevima.

QED

Teorema 2 (th_6c.02.) *Pod pretpostavkom da važi $p \neq q$ i $q \neq r$ i $r \neq p$ i prave p i q se seku i prave q i r se seku i prave r i p se seku i $A \in p$ i $A \in q$ i $A \notin r$ i $B \notin p$ i $B \in q$ i $B \in r$ i $C \in p$ i $C \notin q$ i $C \in r$ i $A \neq B$ i $B \neq C$ i $C \neq A$ pokazati da važi $col(A, B, C)$ ili $\neg col(A, B, C)$.*

Dokaz:

1. Važi $col(A, B, C)$ ili $\neg col(A, B, C)$.
2. Pretpostavimo da važi: $col(A, B, C)$.

3. Zaključak teoreme sledi iz činjenice $col(A, B, C)$.
4. Pretpostavimo da važi: $\neg col(A, B, C)$.
5. Zaključak teoreme sledi iz činjenice $\neg col(A, B, C)$.
6. Teorema je dokazana u svim slučajevima.

QED

Teorema 3 (th_6c.03.) *Pod pretpostavkom da važi $p \neq q$ i $q \neq r$ i $r \neq p$ i prave p i q se seku i prave q i r se seku i prave r i p se seku i $A \in p$ i $A \in q$ i $A \notin r$ i $B \notin p$ i $B \in q$ i $B \in r$ i $C \in p$ i $C \notin q$ i $C \in r$ i $A \neq B$ i $B \neq C$ i $C \neq A$ i $col(A, B, C)$ pokazati da postoji prava s tako da važi $A \in s$ i $B \in s$ i $C \in s$.*

Dokaz:

1. Na osnovu činjenice $col(A, B, C)$ postoji prava s tako da važi $A \in s$ i $B \in s$ i $C \in s$ (aksioma D2).
2. Zaključak teoreme sledi iz činjenica $A \in s$ i $B \in s$ i $C \in s$.

QED

Teorema 4 (th_6c.04.) *Pod pretpostavkom da važi $p \neq q$ i $q \neq r$ i $r \neq p$ i prave p i q se seku i prave q i r se seku i prave r i p se seku i $A \in p$ i $A \in q$ i $A \notin r$ i $B \notin p$ i $B \in q$ i $B \in r$ i $C \in p$ i $C \notin q$ i $C \in r$ i $A \neq B$ i $B \neq C$ i $C \neq A$ i $col(A, B, C)$ i $A \in s$ i $B \in s$ i $C \in s$ pokazati da važi $s = p$ i $s = q$ i $s = r$.*

Dokaz:

1. Na osnovu činjenica $A \neq B$ i $A \in q$ i $B \in q$ i $A \in s$ i $B \in s$ važi $q = s$ (aksioma I2).
2. Na osnovu činjenica $C \in s$ i $q = s$ važi $C \in q$.
3. Na osnovu činjenica $C \notin q$ i $C \in q$ dobijamo kontradikciju.

QED

Teorema 5 (th_6c.05.) *Pod pretpostavkom da važi $p \neq q$ i $q \neq r$ i $r \neq p$ i prave p i q se seku i prave q i r se seku i prave r i p se seku i $A \in p$ i $A \in q$ i $A \notin r$ i $B \notin p$ i $B \in q$ i $B \in r$ i $C \in p$ i $C \notin q$ i $C \in r$ i $A \neq B$ i $B \neq C$ i $C \neq A$ i $\neg col(A, B, C)$ pokazati da postoji ravan α tako da važi $A \in \alpha$ i $B \in \alpha$ i $C \in \alpha$.*

Dokaz:

1. Na osnovu činjenice $\neg col(A, B, C)$ postoji ravan α tako da važi $A \in \alpha$ i $B \in \alpha$ i $C \in \alpha$ (aksioma I4a).
2. Zaključak teoreme sledi iz činjenica $A \in \alpha$ i $B \in \alpha$ i $C \in \alpha$.

QED

Teorema 6 (th_6c.06.) *Pod pretpostavkom da važi $p \neq q$ i $q \neq r$ i $r \neq p$ i prave p i q se seku i prave q i r se seku i prave r i p se seku i $A \in p$ i $A \in q$ i $A \notin r$ i $B \notin p$ i $B \in q$ i $B \in r$ i $C \in p$ i $C \notin q$ i $C \in r$ i $A \neq B$ i $B \neq C$ i $C \neq A$ i $\neg col(A, B, C)$ i $A \in \alpha$ i $B \in \alpha$ i $C \in \alpha$ pokazati da važi $p \in \alpha$ i $q \in \alpha$ i $r \in \alpha$.*

Dokaz:

1. Na osnovu činjenica $A \neq B$ i $A \in q$ i $B \in q$ i $A \in \alpha$ i $B \in \alpha$ važi $q \in \alpha$ (aksioma I6).

2. Na osnovu činjenice $C \neq A$ važi $A \neq C$.
3. Na osnovu činjenica $A \neq C$ i $A \in p$ i $C \in p$ i $A \in \alpha$ i $C \in \alpha$ važi $p \in \alpha$ (aksioma I6).
4. Na osnovu činjenica $B \neq C$ i $B \in r$ i $C \in r$ i $B \in \alpha$ i $C \in \alpha$ važi $r \in \alpha$ (aksioma I6).
5. Zaključak teoreme sledi iz činjenica $p \in \alpha$ i $q \in \alpha$ i $r \in \alpha$.

QED

Teorema 7 (th_6c.07.) *Pod pretpostavkom da važi $p \neq q$ i $q \neq r$ i $r \neq p$ i prave p i q se seku i prave q i r se seku i prave r i p se seku i $A \in p$ i $A \in q$ i $A \notin r$ i $B \notin p$ i $B \in q$ i $B \in r$ i $C \in p$ i $C \notin q$ i $C \in r$ i $A \neq B$ i $B \neq C$ i $C \neq A$ i $\neg \text{col}(A, B, C)$ i $A \in \alpha$ i $B \in \alpha$ i $C \in \alpha$ pokazati da važi $p \in \alpha$ i $q \in \alpha$ i $r \in \alpha$.*

Dokaz:

1. Na osnovu činjenica $A \neq B$ i $A \in q$ i $B \in q$ i $A \in \alpha$ i $B \in \alpha$ važi $q \in \alpha$ (aksioma I6).
2. Na osnovu činjenice $C \neq A$ važi $A \neq C$.
3. Na osnovu činjenica $A \neq C$ i $A \in p$ i $C \in p$ i $A \in \alpha$ i $C \in \alpha$ važi $p \in \alpha$ (aksioma I6).
4. Na osnovu činjenica $B \neq C$ i $B \in r$ i $C \in r$ i $B \in \alpha$ i $C \in \alpha$ važi $r \in \alpha$ (aksioma I6).
5. Zaključak teoreme sledi iz činjenica $p \in \alpha$ i $q \in \alpha$ i $r \in \alpha$.

QED
