

Examples of proofs in axiomatic system E

Formal system E for Euclid's Elements.

Formalizovano od strane: Sana Stojanovic Djurdjevic

Dokaz generisan uz pomoć: ArgoGeoChecker.

30.03.2018.

Teorema 1 (th_prop4.01.) *Pod pretpostavkom da važi $\neg col(A, B, C)$ i $A \neq B$ i $A \neq C$ i $B \neq C$ i $\neg col(D, E, F)$ i $D \neq E$ i $E \neq F$ i $F \neq D$ i $AB \cong DE$ i $AC \cong DF$ i $cong_angle(B, A, C, E, D, F)$ pokazati da postoji prava p tako da važi $on(D, p)$ i $on(E, p)$.*

Dokaz:

1. Na osnovu činjenice $A \neq B$ postoji prava p tako da važi $on(A, p)$ i $on(B, p)$ (aksioma *lines_and_circles1*).
2. Na osnovu činjenice $B \neq C$ postoji prava r tako da važi $on(B, r)$ i $on(C, r)$ (aksioma *lines_and_circles1*).
3. Na osnovu činjenice $D \neq E$ postoji prava $r1$ tako da važi $on(D, r1)$ i $on(E, r1)$ (aksioma *lines_and_circles1*).
4. Važi $A = D$ ili $A \neq D$.
5. Pretpostavimo da važi: $A = D$.
6. Važi $B = E$ ili $B \neq E$.
7. Pretpostavimo da važi: $B = E$.
8. Na osnovu činjenica $on(A, p)$ i $A = D$ važi $on(D, p)$.
9. Na osnovu činjenica $on(B, p)$ i $B = E$ važi $on(E, p)$.
10. Zaključak teoreme sledi iz činjenica $on(D, p)$ i $on(E, p)$.
11. Pretpostavimo da važi: $B \neq E$.
12. Na osnovu činjenica $D \neq E$ i $A = D$ važi $A \neq E$.
13. Na osnovu činjenice $A \neq E$ postoji prava r tako da važi $on(A, r)$ i $on(E, r)$ (aksioma *lines_and_circles1*).
14. Na osnovu činjenica $on(A, r)$ i $A = D$ važi $on(D, r)$.
15. Zaključak teoreme sledi iz činjenica $on(D, r)$ i $on(E, r)$.
16. Teorema je dokazana u svim slučajevima.
17. Pretpostavimo da važi: $A \neq D$.
18. Na osnovu činjenice $A \neq D$ postoji prava r tako da važi $on(A, r)$ i $on(D, r)$ (aksioma *lines_and_circles1*).
19. Važi $A = E$ ili $A \neq E$.
20. Pretpostavimo da važi: $A = E$.
21. Važi $B = D$ ili $B \neq D$.
22. Pretpostavimo da važi: $B = D$.
23. Na osnovu činjenica $on(B, p)$ i $B = D$ važi $on(D, p)$.
24. Na osnovu činjenica $on(A, p)$ i $A = E$ važi $on(E, p)$.

25. Zaključak teoreme sledi iz činjenica $on(D, p)$ i $on(E, p)$.
26. Pretpostavimo da važi: $B \neq D$.
27. Na osnovu činjenica $on(A, r)$ i $A = E$ važi $on(E, r)$.
28. Zaključak teoreme sledi iz činjenica $on(D, r)$ i $on(E, r)$.
29. Teorema je dokazana u svim slučajevima.
30. Pretpostavimo da važi: $A \neq E$.
31. Važi $B = D$ ili $B \neq D$.
32. Pretpostavimo da važi: $B = D$.
33. Važi $C = E$ ili $C \neq E$.
34. Pretpostavimo da važi: $C = E$.
35. Na osnovu činjenica $on(B, r)$ i $B = D$ važi $on(D, r)$.
36. Na osnovu činjenica $on(C, r)$ i $C = E$ važi $on(E, r)$.
37. Zaključak teoreme sledi iz činjenica $on(D, r)$ i $on(E, r)$.
38. Pretpostavimo da važi: $C \neq E$.
39. Na osnovu činjenica $D \neq E$ i $B = D$ važi $B \neq E$.
40. Na osnovu činjenice $B \neq E$ postoji prava t tako da važi $on(B, t)$ i $on(E, t)$ (aksioma *lines_and_circles1*).
41. Na osnovu činjenica $on(B, t)$ i $B = D$ važi $on(D, t)$.
42. Zaključak teoreme sledi iz činjenica $on(D, t)$ i $on(E, t)$.
43. Teorema je dokazana u svim slučajevima.
44. Pretpostavimo da važi: $B \neq D$.
45. Na osnovu činjenice $B \neq D$ postoji prava t tako da važi $on(B, t)$ i $on(D, t)$ (aksioma *lines_and_circles1*).
46. Važi $B = E$ ili $B \neq E$.
47. Pretpostavimo da važi: $B = E$.
48. Na osnovu činjenica $on(B, t)$ i $B = E$ važi $on(E, t)$.
49. Zaključak teoreme sledi iz činjenica $on(D, t)$ i $on(E, t)$.
50. Pretpostavimo da važi: $B \neq E$.
51. Zaključak teoreme sledi iz činjenica $on(D, r1)$ i $on(E, r1)$.
52. Teorema je dokazana u svim slučajevima.
53. Teorema je dokazana u svim slučajevima.
54. Teorema je dokazana u svim slučajevima.
55. Teorema je dokazana u svim slučajevima.

QED

Teorema 2 (th_prop4.02.) *Pod pretpostavkom da važi $\neg col(A, B, C)$ i $A \neq B$ i $A \neq C$ i $B \neq C$ i $\neg col(D, E, F)$ i $D \neq E$ i $E \neq F$ i $F \neq D$ i $AB \cong DE$ i $AC \cong DF$ i $cong_angle(B, A, C, E, D, F)$ i $on(D, v)$ i $on(E, v)$ pokazati da važi $\neg on(F, v)$.*

Teorema 3 (th_prop4.03.) *Pod pretpostavkom da važi $\neg col(A, B, C)$ i $A \neq B$ i $A \neq C$ i $B \neq C$ i $\neg col(D, E, F)$ i $D \neq E$ i $E \neq F$ i $F \neq D$ i $AB \cong DE$ i $AC \cong DF$ i $cong_angle(B, A, C, E, D, F)$ i $on(D, v)$ i $on(E, v)$ i $\neg on(F, v)$ pokazati da postoji tačka I i tačka J tako da važi $cong_angle(B, A, C, I, D, J)$ i $cong_angle(A, C, B, D, J, I)$ i $cong_angle(C, B, A, J, I, D)$ i $AB \cong DI$ i $BC \cong IJ$ i $CA \cong JD$ i $on(I, v)$ i $\neg bet(I, D, E)$ i $sameside(J, F, v)$ i $I \neq J$ i $D \neq J$.*

Teorema 4 (th_prop4.04.) Pod pretpostavkom da važi $\neg \text{col}(A, B, C)$ i $A \neq B$ i $A \neq C$ i $B \neq C$ i $\neg \text{col}(D, E, F)$ i $D \neq E$ i $E \neq F$ i $F \neq D$ i $AB \cong DE$ i $AC \cong DF$ i $\text{cong_angle}(B, A, C, E, D, F)$ i $\text{on}(D, v)$ i $\text{on}(E, v)$ i $\neg \text{on}(F, v)$ i $\text{cong_angle}(B, A, C, I, D, J)$ i $\text{cong_angle}(A, C, B, D, J, I)$ i $\text{cong_angle}(C, B, A, J, I, D)$ i $AB \cong DI$ i $BC \cong IJ$ i $CA \cong JD$ i $\text{on}(I, v)$ i $\neg \text{bet}(I, D, E)$ i $\text{sameside}(J, F, v)$ i $I \neq J$ i $D \neq J$ pokazati da važi $\text{cong_zero}(I, E)$.

Teorema 5 (th_prop4.05.) Pod pretpostavkom da važi $\neg \text{col}(A, B, C)$ i $A \neq B$ i $A \neq C$ i $B \neq C$ i $\neg \text{col}(D, E, F)$ i $D \neq E$ i $E \neq F$ i $F \neq D$ i $AB \cong DE$ i $AC \cong DF$ i $\text{cong_angle}(B, A, C, E, D, F)$ i $\text{on}(D, p)$ i $\text{on}(E, p)$ i $\neg \text{on}(F, p)$ i $\text{cong_angle}(B, A, C, G, D, I)$ i $\text{cong_angle}(A, C, B, D, I, G)$ i $\text{cong_angle}(C, B, A, I, G, D)$ i $AB \cong DG$ i $BC \cong GI$ i $CA \cong ID$ i $\text{on}(G, p)$ i $\neg \text{bet}(G, D, E)$ i $\text{sameside}(I, F, p)$ i $G \neq I$ i $D \neq I$ i $\text{cong_zero}(G, E)$ pokazati da važi $G = E$.

Dokaz:

1. Na osnovu činjenice $\text{cong_zero}(G, E)$ važi $G = E$ (aksioma *metric1.1*).
2. Zaključak teoreme sledi iz činjenice $G = E$.

QED

Teorema 6 (th_prop4.06.) Pod pretpostavkom da važi $\neg \text{col}(A, B, C)$ i $A \neq B$ i $A \neq C$ i $B \neq C$ i $\neg \text{col}(D, E, F)$ i $D \neq E$ i $E \neq F$ i $F \neq D$ i $AB \cong DE$ i $AC \cong DF$ i $\text{cong_angle}(B, A, C, E, D, F)$ i $\text{on}(D, v)$ i $\text{on}(E, v)$ i $\neg \text{on}(F, v)$ i $\text{cong_angle}(B, A, C, I, D, J)$ i $\text{cong_angle}(A, C, B, D, J, I)$ i $\text{cong_angle}(C, B, A, J, I, D)$ i $AB \cong DI$ i $BC \cong IJ$ i $CA \cong JD$ i $\text{on}(I, v)$ i $\neg \text{bet}(I, D, E)$ i $\text{sameside}(J, F, v)$ i $I \neq J$ i $D \neq J$ i $\text{cong_zero}(I, E)$ i $I = E$ pokazati da važi $\text{cong_angle}(E, D, J, E, D, F)$.

Teorema 7 (th_prop4.07.) Pod pretpostavkom da važi $\neg \text{col}(A, B, C)$ i $A \neq B$ i $A \neq C$ i $B \neq C$ i $\neg \text{col}(D, E, F)$ i $D \neq E$ i $E \neq F$ i $F \neq D$ i $AB \cong DE$ i $AC \cong DF$ i $\text{cong_angle}(B, A, C, E, D, F)$ i $\text{on}(D, v)$ i $\text{on}(E, v)$ i $\neg \text{on}(F, v)$ i $\text{cong_angle}(B, A, C, I, D, J)$ i $\text{cong_angle}(A, C, B, D, J, I)$ i $\text{cong_angle}(C, B, A, J, I, D)$ i $AB \cong DI$ i $BC \cong IJ$ i $CA \cong JD$ i $\text{on}(I, v)$ i $\neg \text{bet}(I, D, E)$ i $\text{sameside}(J, F, v)$ i $I \neq J$ i $D \neq J$ i $\text{cong_zero}(I, E)$ i $I = E$ i $\text{cong_angle}(E, D, J, E, D, F)$ pokazati da važi $DJ \cong DF$.

Teorema 8 (th_prop4.08.) Pod pretpostavkom da važi $\neg \text{col}(A, B, C)$ i $A \neq B$ i $A \neq C$ i $B \neq C$ i $\neg \text{col}(D, E, F)$ i $D \neq E$ i $E \neq F$ i $F \neq D$ i $AB \cong DE$ i $AC \cong DF$ i $\text{cong_angle}(B, A, C, E, D, F)$ i $\text{on}(D, v)$ i $\text{on}(E, v)$ i $\neg \text{on}(F, v)$ i $\text{cong_angle}(B, A, C, I, D, J)$ i $\text{cong_angle}(A, C, B, D, J, I)$ i $\text{cong_angle}(C, B, A, J, I, D)$ i $AB \cong DI$ i $BC \cong IJ$ i $CA \cong JD$ i $\text{on}(I, v)$ i $\neg \text{bet}(I, D, E)$ i $\text{sameside}(J, F, v)$ i $I \neq J$ i $D \neq J$ i $\text{cong_zero}(I, E)$ i $I = E$ i $\text{cong_angle}(E, D, J, E, D, F)$ i $DJ \cong DF$ pokazati da važi $\text{cong_zero}(J, F)$.

Teorema 9 (th_prop4.09.) Pod pretpostavkom da važi $\neg \text{col}(A, B, C)$ i $A \neq B$ i $A \neq C$ i $B \neq C$ i $\neg \text{col}(D, E, F)$ i $D \neq E$ i $E \neq F$ i $F \neq D$ i $AB \cong DE$ i $AC \cong DF$ i $\text{cong_angle}(B, A, C, E, D, F)$ i $\text{on}(D, p)$ i $\text{on}(E, p)$ i $\neg \text{on}(F, p)$ i $\text{cong_angle}(B, A, C, G, D, I)$ i $\text{cong_angle}(A, C, B, D, I, G)$ i $\text{cong_angle}(C, B, A, I, G, D)$ i $AB \cong DG$ i $BC \cong GI$ i $CA \cong ID$ i $\text{on}(G, p)$ i $\neg \text{bet}(G, D, E)$ i $\text{sameside}(I, F, p)$ i $G \neq I$ i $D \neq I$ i $\text{cong_zero}(G, E)$ i $G = E$ i $\text{cong_angle}(E, D, I, E, D, F)$ i $DI \cong DF$ i $\text{cong_zero}(I, F)$ pokazati da važi $I = F$.

Dokaz:

1. Na osnovu činjenice $\text{cong_zero}(I, F)$ važi $I = F$ (aksioma metric1.1).
2. Zaključak teoreme sledi iz činjenice $I = F$.

QED

Teorema 10 (th_prop4.10.) *Pod pretpostavkom da važi $\neg \text{col}(A, B, C)$ i $A \neq B$ i $A \neq C$ i $B \neq C$ i $\neg \text{col}(D, E, F)$ i $D \neq E$ i $E \neq F$ i $F \neq D$ i $AB \cong DE$ i $AC \cong DF$ i $\text{cong_angle}(B, A, C, E, D, F)$ i $\text{on}(D, v)$ i $\text{on}(E, v)$ i $\neg \text{on}(F, v)$ i $\text{cong_angle}(B, A, C, I, D, J)$ i $\text{cong_angle}(A, C, B, D, J, I)$ i $\text{cong_angle}(C, B, A, J, I, D)$ i $AB \cong DI$ i $BC \cong IJ$ i $CA \cong JD$ i $\text{on}(I, v)$ i $\neg \text{bet}(I, D, E)$ i $\text{sameside}(J, F, v)$ i $I \neq J$ i $D \neq J$ i $\text{cong_zero}(I, E)$ i $I = E$ i $\text{cong_angle}(E, D, J, E, D, F)$ i $DJ \cong DF$ i $\text{cong_zero}(J, F)$ i $J = F$ pokazati da važi $BC \cong EF$ i $\text{cong_angle}(A, B, C, D, E, F)$ i $\text{cong_angle}(A, C, B, D, F, E)$.*
