

# High school geometry theorems

Hilbert's axiomatic system.

Formalizovano od strane: Sana Stojanovic Djurdjevic

Dokaz generisan uz pomoć: ArgoGeoChecker.

30.03.2018.

**Teorema 1 (th\_21.01.)** *Pod pretpostavkom da važi  $p \neq q$  i prave  $p$  i  $q$  se seku pokazati da postoji tačka  $A$  tako da važi  $A \in p$  i  $A \in q$ .*

*Dokaz:*

1. Na osnovu činjenice prave  $p$  i  $q$  se seku postoji tačka  $A$  tako da važi  $p \neq q$  i  $A \in p$  i  $A \in q$  (aksioma D6).
2. Zaključak teoreme sledi iz činjenica  $A \in p$  i  $A \in q$ .

QED

---

**Teorema 2 (th\_21.02.)** *Pod pretpostavkom da važi  $p \neq q$  i prave  $p$  i  $q$  se seku i  $A \in p$  i  $A \in q$  pokazati da postoji tačka  $B$  tako da važi  $A \neq B$  i  $B \in p$ .*

*Dokaz:*

1. Postoje tačka  $B$  i tačka  $C$  tako da važi  $B \neq C$  i  $B \in p$  i  $C \in p$  (aksioma I3a).
2. Važi  $A = B$  ili  $A \neq B$ .
3. Pretpostavimo da važi:  $A = B$ .
4. Na osnovu činjenica  $B \neq C$  i  $A = B$  važi  $A \neq C$ .
5. Zaključak teoreme sledi iz činjenica  $A \neq C$  i  $C \in p$ .
6. Pretpostavimo da važi:  $A \neq B$ .
7. Zaključak teoreme sledi iz činjenica  $A \neq B$  i  $B \in p$ .
8. Teorema je dokazana u svim slučajevima.

QED

---

**Teorema 3 (th\_21.03.)** *Pod pretpostavkom da važi  $p \neq q$  i prave  $p$  i  $q$  se seku i  $A \in p$  i  $A \in q$  i  $A \neq B$  i  $B \in p$  pokazati da postoji tačka  $C$  tako da važi  $A \neq C$  i  $C \in q$ .*

*Dokaz:*

1. Postoje tačka  $C$  i tačka  $D$  tako da važi  $C \neq D$  i  $C \in q$  i  $D \in q$  (aksioma I3a).
2. Važi  $A = C$  ili  $A \neq C$ .
3. Pretpostavimo da važi:  $A = C$ .
4. Na osnovu činjenica  $C \neq D$  i  $A = C$  važi  $A \neq D$ .
5. Zaključak teoreme sledi iz činjenica  $A \neq D$  i  $D \in q$ .
6. Pretpostavimo da važi:  $A \neq C$ .
7. Zaključak teoreme sledi iz činjenica  $A \neq C$  i  $C \in q$ .

8. Teorema je dokazana u svim slučajevima.

QED

---

**Teorema 4 (th\_21.04.)** *Pod pretpostavkom da važi  $p \neq q$  i prave  $p$  i  $q$  se seku i  $A \in p$  i  $A \in q$  i  $A \neq B$  i  $B \in p$  i  $A \neq C$  i  $C \in q$  pokazati da važi  $\neg \text{col}(A, B, C)$ .*

*Dokaz:*

1. Važi  $C \in p$  ili  $C \notin p$ .
2. Pretpostavimo da važi:  $C \in p$ .
3. Na osnovu činjenica  $A \neq C$  i  $A \in p$  i  $C \in p$  i  $A \in q$  i  $C \in q$  važi  $p = q$  (aksioma I2).
4. Na osnovu činjenica  $p \neq q$  i  $p = q$  dobijamo kontradikciju.
5. Pretpostavimo da važi:  $C \notin p$ .
6. Na osnovu činjenica  $A \neq B$  i  $A \in p$  i  $B \in p$  i  $C \notin p$  važi  $\neg \text{col}(A, B, C)$  (aksioma D1a).
7. Zaključak teoreme sledi iz činjenice  $\neg \text{col}(A, B, C)$ .
8. Teorema je dokazana u svim slučajevima.

QED

---

**Teorema 5 (th\_21.05.)** *Pod pretpostavkom da važi  $p \neq q$  i prave  $p$  i  $q$  se seku i  $A \in p$  i  $A \in q$  i  $A \neq B$  i  $B \in p$  i  $A \neq C$  i  $C \in q$  i  $\neg \text{col}(A, B, C)$  pokazati da postoji ravan  $\alpha$  tako da važi  $A \in \alpha$  i  $B \in \alpha$  i  $C \in \alpha$ .*

*Dokaz:*

1. Na osnovu činjenice  $\neg \text{col}(A, B, C)$  postoji ravan  $\alpha$  tako da važi  $A \in \alpha$  i  $B \in \alpha$  i  $C \in \alpha$  (aksioma I4a).
2. Zaključak teoreme sledi iz činjenica  $A \in \alpha$  i  $B \in \alpha$  i  $C \in \alpha$ .

QED

---

**Teorema 6 (th\_21.06.)** *Pod pretpostavkom da važi  $p \neq q$  i prave  $p$  i  $q$  se seku i  $A \in p$  i  $A \in q$  i  $A \neq B$  i  $B \in p$  i  $A \neq C$  i  $C \in q$  i  $\neg \text{col}(A, B, C)$  i  $A \in \alpha$  i  $B \in \alpha$  i  $C \in \alpha$  pokazati da važi  $p \in \alpha$  i  $q \in \alpha$ .*

*Dokaz:*

1. Na osnovu činjenica  $A \neq B$  i  $A \in p$  i  $B \in p$  i  $A \in \alpha$  i  $B \in \alpha$  važi  $p \in \alpha$  (aksioma I6).
2. Na osnovu činjenica  $A \neq C$  i  $A \in q$  i  $C \in q$  i  $A \in \alpha$  i  $C \in \alpha$  važi  $q \in \alpha$  (aksioma I6).
3. Zaključak teoreme sledi iz činjenica  $p \in \alpha$  i  $q \in \alpha$ .

QED

---

**Teorema 7 (th\_21.07.)** *Pod pretpostavkom da važi  $p \neq q$  i prave  $p$  i  $q$  se seku i  $A \in p$  i  $A \in q$  i  $A \neq B$  i  $B \in p$  i  $A \neq C$  i  $C \in q$  i  $\neg \text{col}(A, B, C)$  i  $A \in \alpha$  i  $B \in \alpha$  i  $C \in \alpha$  i  $p \in \alpha$  pokazati da važi  $q \in \alpha$ .*

*Dokaz:*

1. Na osnovu činjenica  $A \neq C$  i  $A \in q$  i  $C \in q$  i  $A \in \alpha$  i  $C \in \alpha$  važi  $q \in \alpha$  (aksioma I6).
2. Zaključak teoreme sledi iz činjenice  $q \in \alpha$ .

QED

---