Teoreme srednjoškolske geometrije

Hilbertov aksiomatski sistem.
Formalizovano od strane: Sana Stojanović Đurđević
Dokaz generisan uz pomoć: ArgoGeoChecker.

07.01.2017.

Teorema 1 (th_prop1aux2_01.) *Pod pretpostavkom da važi $A \neq B$ i $on(A,p)$ i $on(B,p)$ i $AB \cong BC$ i $BC \cong CA$ pokazati da važi $C \neq A$.*

Dokaz:

1. Na osnovu činjenice $A \neq B$ važi $B \neq A$.
2. Važi $A = C$ ili $A \neq C$.
   3. Pretpostavimo da važi: $A = C$.
      4. Na osnovu činjenica $BC \cong CA$ i $A = C$ važi $BA \cong AA$.
      5. Na osnovu činjenice $BA \cong AA$ važi $cong\_zero(B, A)$ (aksioma $cong\_zero1$).
      6. Na osnovu činjenice $cong\_zero(B, A)$ važi $B = A$ (aksioma $metric1\_1$).
      7. Na osnovu činjenica $B \neq A$ i $B = A$ dobijamo kontradikciju.
   8. Pretpostavimo da važi: $A \neq C$.
      9. Na osnovu činjenice $A \neq C$ važi $C \neq A$.
      10. Zaključak teoreme sledi iz činjenice $C \neq A$.
11. Teorema je dokazana u svim slučajevima.

QED

Teorema 2 (th_prop1aux2_02.) *Pod pretpostavkom da važi $A \neq B$ i $on(A,p)$ i $on(B,p)$ i $AB \cong BC$ i $BC \cong CA$ i $C \neq A$ pokazati da važi $C \neq B$.*

Dokaz:

1. Na osnovu činjenice $A \neq B$ važi $B \neq A$.
2. Važi $B = C$ ili $B \neq C$.
   3. Pretpostavimo da važi: $B = C$.
      4. Na osnovu činjenica $BC \cong CA$ i $B = C$ važi $BB \cong BA$.
      5. Na osnovu činjenice $BB \cong BA$ važi $B = A$ (aksioma $cong\_eq1$).
      6. Na osnovu činjenica $B \neq A$ i $B = A$ dobijamo kontradikciju.
   7. Pretpostavimo da važi: $B \neq C$.
      8. Na osnovu činjenice $B \neq C$ važi $C \neq B$.
      9. Zaključak teoreme sledi iz činjenice $C \neq B$.
10. Teorema je dokazana u svim slučajevima.

QED

Teorema 3 (th_prop1aux2_03.) *Pod pretpostavkom da važi $A \neq B$ i $on(A,p)$ i $on(B,p)$ i $AB \cong BC$ i $BC \cong CA$ i $C \neq A$ i $C \neq B$ pokazati da važi $\neg on(C,p)$.*

Dokaz:

1. Važi $AB \cong BA$ (aksioma $metric3$).
2. Važi $BA \cong AB$ (aksioma $metric3$).
3. Važi $CA \cong AC$ (aksioma $metric3$).

4. Na osnovu činjenica $AB \cong BC$ i $AB \cong BA$ važi $BC \cong BA$ (aksioma $cong\_transitivity$).
5. Na osnovu činjenica $BA \cong AB$ i $BA \cong AB$ važi $AB \cong AB$ (aksioma $cong\_transitivity$).
6. Na osnovu činjenica $AB \cong BC$ i $AB \cong AB$ važi $BC \cong AB$ (aksioma $cong\_transitivity$).
7. Na osnovu činjenica $BC \cong AB$ i $BC \cong CA$ važi $AB \cong CA$ (aksioma $cong\_transitivity$).
8. Na osnovu činjenica $AB \cong CA$ i $AB \cong AB$ važi $CA \cong AB$ (aksioma $cong\_transitivity$).
9. Na osnovu činjenica $CA \cong AB$ i $CA \cong AC$ važi $AB \cong AC$ (aksioma $cong\_transitivity$).
10. Na osnovu činjenica $AB \cong AC$ i $AB \cong AB$ važi $AC \cong AB$ (aksioma $cong\_transitivity$).
11. Na osnovu činjenice $A \neq B$ postoji circle $alpha$ tako da važi A je centar kruga α i B leži na krugu α (aksioma $lines\_and\_circles2$).
12. Na osnovu činjenice A je centar kruga α važi A se nalazi unutar kruga α (aksioma $generalities3$).
13. Na osnovu činjenica A je centar kruga α i B leži na krugu α i $AC \cong AB$ važi C leži na krugu α (aksioma $segment3\_1$).
14. Na osnovu činjenice $C \neq B$ važi $B \neq C$.
15. Na osnovu činjenice $A \neq B$ važi $B \neq A$.
16. Važi $on(C, p)$ ili $\neg on(C, p)$.
    17. Pretpostavimo da važi: $on(C, p)$.
        18. Na osnovu činjenica $on(A, p)$ i $on(B, p)$ i $on(C, p)$ i A se nalazi unutar kruga α i B leži na krugu α i C leži na krugu α i $B \neq C$ važi $bet(B, A, C)$ (aksioma $circle1$).
        19. Na osnovu činjenice $bet(B, A, C)$ važi $bet(C, A, B)$ i $B \neq A$ i $B \neq C$ i $\neg bet(A, B, C)$ (aksioma $bet1$).
        20. Na osnovu činjenice $bet(C, A, B)$ važi $bet(B, A, C)$ i $C \neq A$ i $C \neq B$ i $\neg bet(A, C, B)$ (aksioma $bet1$).
        21. Na osnovu činjenice $B \neq A$ postoji circle $beta$ tako da važi B je centar kruga β i A leži na krugu β (aksioma $lines\_and\_circles2$).
        22. Na osnovu činjenice B je centar kruga β važi B se nalazi unutar kruga β (aksioma $generalities3$).
        23. Na osnovu činjenica B je centar kruga β i A leži na krugu β i $BC \cong BA$ važi C leži na krugu β (aksioma $segment3\_1$).
        24. Na osnovu činjenice $C \neq A$ važi $A \neq C$.
        25. Na osnovu činjenica $on(B, p)$ i $on(A, p)$ i $on(C, p)$ i B se nalazi unutar kruga β i A leži na krugu β i C leži na krugu β i $A \neq C$ važi $bet(A, B, C)$ (aksioma $circle1$).
        26. Na osnovu činjenica $\neg bet(A, B, C)$ i $bet(A, B, C)$ dobijamo kontradikciju.
    27. Pretpostavimo da važi: $\neg on(C, p)$.
        28. Zaključak teoreme sledi iz činjenice $\neg on(C, p)$.
29. Teorema je dokazana u svim slučajevima.

QED