Teoreme srednjoškolske geometrije

Hilbertov aksiomatski sistem.
Formalizovano od strane: Sana Stojanović Đurđević
Dokaz generisan uz pomoć: ArgoGeoChecker.

07.01.2017.

Teorema 1 (th_11_01.) *Pod pretpostavkom da važi $A \notin p$ i $A \in q$ i prave p i q se seku pokazati da postoji ravan α tako da važi $A \in \alpha$ i $p \in \alpha$.*

Dokaz:

1. Postoje tačka B i tačka C tako da važi $B \neq C$ i $B \in p$ i $C \in p$ (aksioma $I3a$).
2. Na osnovu činjenica $B \neq C$ i $B \in p$ i $C \in p$ i $A \notin p$ važi $\neg col(B, C, A)$ (aksioma $D1a$).
3. Na osnovu činjenice $\neg col(B, C, A)$ važi $\neg col(C, A, B)$ (aksioma sym_ncol1).
4. Na osnovu činjenice $\neg col(C, A, B)$ važi $\neg col(A, B, C)$ (aksioma sym_ncol1).
5. Na osnovu činjenice $\neg col(A, B, C)$ postoji ravan α tako da važi $A \in \alpha$ i $B \in \alpha$ i $C \in \alpha$ (aksioma $I4a$).
6. Na osnovu činjenica $B \neq C$ i $B \in p$ i $C \in p$ i $B \in \alpha$ i $C \in \alpha$ važi $p \in \alpha$ (aksioma $I6$).
7. Zaključak teoreme sledi iz činjenica $A \in \alpha$ i $p \in \alpha$.

QED

Teorema 2 (th_11_02.) *Pod pretpostavkom da važi $A \notin p$ i $A \in q$ i prave p i q se seku i $A \in \alpha$ i $p \in \alpha$ pokazati da važi $q \in \alpha$.*

Dokaz:

1. Na osnovu činjenice prave p i q se seku postoji tačka B tako da važi $p \neq q$ i $B \in p$ i $B \in q$ (aksioma $D6$).
2. Na osnovu činjenica $p \in \alpha$ i $B \in p$ važi $B \in \alpha$ (aksioma $D11$).
3. Važi $A = B$ ili $A \neq B$.
   4. Pretpostavimo da važi: $A = B$.
      5. Na osnovu činjenica $B \in p$ i $A = B$ važi $A \in p$.
      6. Na osnovu činjenica $A \notin p$ i $A \in p$ dobijamo kontradikciju.
   7. Pretpostavimo da važi: $A \neq B$.
      8. Na osnovu činjenica $A \neq B$ i $A \in q$ i $B \in q$ i $A \in \alpha$ i $B \in \alpha$ važi $q \in \alpha$ (aksioma $I6$).
      9. Zaključak teoreme sledi iz činjenice $q \in \alpha$.
10. Teorema je dokazana u svim slučajevima.

QED
