

Teoreme srednjoškolske geometrije

Hilbertov aksiomatski sistem.

Formalizovano od strane: Sana Stojanović Đurđević

Dokaz generisan uz pomoć: ArgoGeoChecker.

07.01.2017.

Teorema 1 (th_15_01.) *Pod pretpostavkom da važi $bet(A, B, C)$ i $bet(A, D, C)$ pokazati da postoji prava p tako da važi $A \in p$ i $B \in p$ i $C \in p$ i $D \in p$.*

Dokaz:

1. Na osnovu činjenice $bet(A, B, C)$ važi $A \neq B$ i $A \neq C$ i $B \neq C$ i $col(A, B, C)$ i $bet(C, B, A)$ (aksioma *II1*).
2. Na osnovu činjenice $bet(A, D, C)$ važi $A \neq D$ i $A \neq C$ i $D \neq C$ i $col(A, D, C)$ i $bet(C, D, A)$ (aksioma *II1*).
3. Na osnovu činjenice $col(A, D, C)$ važi $col(A, C, D)$ i $col(D, A, C)$ i $col(D, C, A)$ i $col(C, A, D)$ i $col(C, D, A)$ (aksioma *sym_col*).
4. Na osnovu činjenice $col(A, B, C)$ postoji prava p tako da važi $A \in p$ i $B \in p$ i $C \in p$ (aksioma *D2*).
5. Na osnovu činjenice $col(A, C, D)$ postoji prava q tako da važi $A \in q$ i $C \in q$ i $D \in q$ (aksioma *D2*).
6. Na osnovu činjenica $A \neq C$ i $A \in p$ i $C \in p$ i $A \in q$ i $C \in q$ važi $p = q$ (aksioma *I2*).
7. Na osnovu činjenica $D \in q$ i $p = q$ važi $D \in p$.
8. Zaključak teoreme sledi iz činjenica $A \in p$ i $B \in p$ i $C \in p$ i $D \in p$.

QED

Teorema 2 (th_15_02.) *Pod pretpostavkom da važi $bet(A, B, C)$ i $bet(A, D, C)$ i $A \in p$ i $B \in p$ i $C \in p$ i $D \in p$ pokazati da važi $col(B, A, D)$.*

Dokaz:

1. Na osnovu činjenica $B \in p$ i $A \in p$ i $D \in p$ važi $col(B, A, D)$ (aksioma *D1*).
2. Zaključak teoreme sledi iz činjenice $col(B, A, D)$.

QED

Teorema 3 (th_15_03.) *Pod pretpostavkom da važi $bet(A, B, C)$ i $bet(A, D, C)$ i $A \in t$ i $B \in t$ i $C \in t$ i $D \in t$ i $col(B, A, D)$ pokazati da važi $\neg bet(B, A, D)$.*