

# Teoreme srednjoškolske geometrije

Hilbertov aksiomatski sistem.

Formalizovano od strane: Sana Stojanović Đurđević

Dokaz generisan uz pomoć: ArgoGeoChecker.

14.05.2016

**Teorema 1 (th\_17\_01.)** *Pod pretpostavkom da važi  $bet(A, B, C)$  i  $bet(C, B, D)$  i  $bet(D, B, E)$  pokazati da postoji prava  $p$  tako da važi  $A \in p$  i  $C \in p$  i  $D \in p$  i  $E \in p$  i  $B \in p$ .*

*Dokaz:*

1. Na osnovu činjenice  $bet(A, B, C)$  važi  $A \neq B$  i  $A \neq C$  i  $B \neq C$  i  $col(A, B, C)$  i  $bet(C, B, A)$  (aksioma *II1*).
2. Na osnovu činjenice  $bet(C, B, D)$  važi  $C \neq B$  i  $C \neq D$  i  $B \neq D$  i  $col(C, B, D)$  i  $bet(D, B, C)$  (aksioma *II1*).
3. Na osnovu činjenice  $bet(D, B, C)$  važi  $D \neq B$  i  $D \neq C$  i  $B \neq C$  i  $col(D, B, C)$  i  $bet(C, B, D)$  (aksioma *II1*).
4. Na osnovu činjenice  $bet(D, B, E)$  važi  $D \neq B$  i  $D \neq E$  i  $B \neq E$  i  $col(D, B, E)$  i  $bet(E, B, D)$  (aksioma *II1*).
5. Na osnovu činjenice  $bet(E, B, D)$  važi  $E \neq B$  i  $E \neq D$  i  $B \neq D$  i  $col(E, B, D)$  i  $bet(D, B, E)$  (aksioma *II1*).
6. Na osnovu činjenice  $col(C, B, D)$  važi  $col(C, D, B)$  i  $col(B, C, D)$  i  $col(B, D, C)$  i  $col(D, C, B)$  i  $col(D, B, C)$  (aksioma *sym\_col*).
7. Na osnovu činjenice  $col(D, B, E)$  važi  $col(D, E, B)$  i  $col(B, D, E)$  i  $col(B, E, D)$  i  $col(E, D, B)$  i  $col(E, B, D)$  (aksioma *sym\_col*).
8. Na osnovu činjenice  $col(A, B, C)$  postoji prava  $p$  tako da važi  $A \in p$  i  $B \in p$  i  $C \in p$  (aksioma *D2*).
9. Na osnovu činjenice  $col(B, C, D)$  postoji prava  $q$  tako da važi  $B \in q$  i  $C \in q$  i  $D \in q$  (aksioma *D2*).
10. Na osnovu činjenice  $col(B, D, E)$  postoji prava  $r$  tako da važi  $B \in r$  i  $D \in r$  i  $E \in r$  (aksioma *D2*).
11. Važi  $A = D$  ili  $A \neq D$ .
12. Pretpostavimo da važi:  $A = D$ .
13. Na osnovu činjenica  $col(D, B, E)$  i  $A = D$  važi  $col(A, B, E)$ .
14. Na osnovu činjenice  $col(A, B, E)$  postoji prava  $s$  tako da važi  $A \in s$  i  $B \in s$  i  $E \in s$  (aksioma *D2*).
15. Na osnovu činjenica  $A \neq B$  i  $A \in p$  i  $B \in p$  i  $A \in s$  i  $B \in s$  važi  $p = s$  (aksioma *I2*).
16. Na osnovu činjenica  $A \in p$  i  $A = D$  važi  $D \in p$ .
17. Na osnovu činjenica  $E \in s$  i  $p = s$  važi  $E \in p$ .
18. Zaključak teoreme sledi iz činjenica  $A \in p$  i  $C \in p$  i  $D \in p$  i  $E \in p$  i  $B \in p$ .
19. Pretpostavimo da važi:  $A \neq D$ .
20. Na osnovu činjenica  $B \neq C$  i  $B \in p$  i  $C \in p$  i  $B \in q$  i  $C \in q$  važi  $p = q$  (aksioma *I2*).
21. Na osnovu činjenica  $D \in q$  i  $p = q$  važi  $D \in p$ .

22. Na osnovu činjenica  $B \neq D$  i  $B \in p$  i  $D \in p$  i  $B \in r$  i  $D \in r$  važi  $p = r$  (aksioma I2).
23. Na osnovu činjenica  $D \in q$  i  $p = q$  i  $p = r$  važi  $D \in p$ .
24. Na osnovu činjenica  $E \in r$  i  $p = q$  i  $p = r$  važi  $E \in p$ .
25. Zaključak teoreme sledi iz činjenica  $A \in p$  i  $C \in p$  i  $D \in p$  i  $E \in p$  i  $B \in p$ .
26. Teorema je dokazana u svim slučajevima.

QED

---

**Teorema 2 (th\_17\_02.)** *Pod pretpostavkom da važi  $\text{bet}(A, E, B)$  i  $\text{bet}(B, E, C)$  i  $\text{bet}(C, E, D)$  i  $A \in u$  i  $B \in u$  i  $C \in u$  i  $D \in u$  i  $E \in u$  pokazati da važi  $\text{bet}(A, E, D)$ .*

---