Teoreme srednjoškolske geometrije

Hilbertov aksiomatski sistem.
Formalizovano od strane: Sana Stojanović Đurđević
Dokaz generisan uz pomoć: ArgoGeoChecker.

07.01.2017.

Teorema 1 (th_2_01.) *Pod pretpostavkom da važi $A \notin p$ i $A \in \alpha$ i $p \in \alpha$ i $A \in \beta$ i $p \in \beta$ pokazati da postoji tačka B i tačka C tako da važi $B \neq C$ i $B \in p$ i $C \in p$.*

Dokaz:

1. Postoje tačka B i tačka C tako da važi $B \neq C$ i $B \in p$ i $C \in p$ (aksioma $I3a$).
2. Zaključak teoreme sledi iz činjenica $B \neq C$ i $B \in p$ i $C \in p$.

QED

Teorema 2 (th_2_02.) *Pod pretpostavkom da važi $A \notin p$ i $A \in \alpha$ i $p \in \alpha$ i $A \in \beta$ i $p \in \beta$ i $B \neq C$ i $B \in p$ i $C \in p$ pokazati da važi $\neg col(A, B, C)$.*

Dokaz:

1. Na osnovu činjenica $B \neq C$ i $B \in p$ i $C \in p$ i $A \notin p$ važi $\neg col(B, C, A)$ (aksioma $D1a$).
2. Na osnovu činjenice $\neg col(B, C, A)$ važi $\neg col(B, A, C)$ i $\neg col(C, B, A)$ i $\neg col(C, A, B)$ i $\neg col(A, B, C)$ i $\neg col(A, C, B)$ (aksioma sym_ncol).
3. Zaključak teoreme sledi iz činjenice $\neg col(A, B, C)$.

QED

Teorema 3 (th_2_03.) *Pod pretpostavkom da važi $A \notin p$ i $A \in \alpha$ i $p \in \alpha$ i $A \in \beta$ i $p \in \beta$ i $B \neq C$ i $B \in p$ i $C \in p$ i $\neg col(A, B, C)$ pokazati da važi $A \in \alpha$ i $B \in \alpha$ i $C \in \alpha$ i $A \in \beta$ i $B \in \beta$ i $C \in \beta$.*

Dokaz:

1. Na osnovu činjenica $p \in \alpha$ i $B \in p$ važi $B \in \alpha$ (aksioma $D11$).
2. Na osnovu činjenica $p \in \alpha$ i $C \in p$ važi $C \in \alpha$ (aksioma $D11$).
3. Na osnovu činjenica $p \in \beta$ i $B \in p$ važi $B \in \beta$ (aksioma $D11$).
4. Na osnovu činjenica $p \in \beta$ i $C \in p$ važi $C \in \beta$ (aksioma $D11$).
5. Zaključak teoreme sledi iz činjenica $A \in \alpha$ i $B \in \alpha$ i $C \in \alpha$ i $A \in \beta$ i $B \in \beta$ i $C \in \beta$.

QED

Teorema 4 (th_2_04.) *Pod pretpostavkom da važi $A \notin p$ i $A \in \alpha$ i $p \in \alpha$ i $A \in \beta$ i $p \in \beta$ i $B \neq C$ i $B \in p$ i $C \in p$ i $\neg col(A, B, C)$ i $A \in \alpha$ i $B \in \alpha$ i $C \in \alpha$ i $A \in \beta$ i $B \in \beta$ i $C \in \beta$ pokazati da važi $\alpha = \beta$.*

Dokaz:

1. Na osnovu činjenica $\neg col(A, B, C)$ i $A \in \alpha$ i $B \in \alpha$ i $C \in \alpha$ i $A \in \beta$ i $B \in \beta$ i $C \in \beta$ važi $\alpha = \beta$ (aksioma $I5$).
2. Zaključak teoreme sledi iz činjenice $\alpha = \beta$.