Teoreme srednjoškolske geometrije

Hilbertov aksiomatski sistem.
Formalizovano od strane: Sana Stojanović Đurđević
Dokaz generisan uz pomoć: ArgoGeoChecker.

07.01.2017.

Teorema 1 (th_4_01.) *Pod pretpostavkom da važi $\alpha \neq \beta$ i $A \in \alpha$ i $A \in \beta$ i $p \in \alpha$ i $p \in \beta$ pokazati da postoji tačka B i tačka C tako da važi $B \neq C$ i $B \in p$ i $C \in p$.*

Dokaz:

1. Postoje tačka B i tačka C tako da važi $B \neq C$ i $B \in p$ i $C \in p$ (aksioma $I3a$).
2. Zaključak teoreme sledi iz činjenica $B \neq C$ i $B \in p$ i $C \in p$.

QED

Teorema 2 (th_4_02.) *Pod pretpostavkom da važi $\alpha \neq \beta$ i $A \in \alpha$ i $A \in \beta$ i $p \in \alpha$ i $p \in \beta$ i $B \neq C$ i $B \in p$ i $C \in p$ pokazati da važi $A \in p$.*

Dokaz:

1. Na osnovu činjenica $p \in \alpha$ i $B \in p$ važi $B \in \alpha$ (aksioma $D11$).
2. Na osnovu činjenica $p \in \alpha$ i $C \in p$ važi $C \in \alpha$ (aksioma $D11$).
3. Na osnovu činjenica $p \in \beta$ i $B \in p$ važi $B \in \beta$ (aksioma $D11$).
4. Na osnovu činjenica $p \in \beta$ i $C \in p$ važi $C \in \beta$ (aksioma $D11$).
5. Važi $A \in p$ ili $A \notin p$.
   6. Pretpostavimo da važi: $A \in p$.
      7. Zaključak teoreme sledi iz činjenice $A \in p$.
   8. Pretpostavimo da važi: $A \notin p$.
      9. Na osnovu činjenica $B \neq C$ i $B \in p$ i $C \in p$ i $A \notin p$ važi $\neg col(B, C, A)$ (aksioma $D1a$).
      10. Na osnovu činjenica $\neg col(B, C, A)$ i $B \in \alpha$ i $C \in \alpha$ i $A \in \alpha$ i $B \in \beta$ i $C \in \beta$ i $A \in \beta$ važi $\alpha = \beta$ (aksioma $I5$).
      11. Na osnovu činjenica $\alpha \neq \beta$ i $\alpha = \beta$ dobijamo kontradikciju.
12. Teorema je dokazana u svim slučajevima.

QED
