

Teoreme srednjoškolske geometrije

Hilbertov aksiomatski sistem.

Formalizovano od strane: Sana Stojanović Đurđević

Dokaz generisan uz pomoć: ArgoGeoChecker.

14.05.2016

Teorema 1 (th_5_01.) *Pod pretpostavkom da važi $\neg col(A, B, C)$ pokazati da važi $A \neq B$ i $B \neq C$ i $C \neq A$.*

Dokaz:

1. Na osnovu činjenice $\neg col(A, B, C)$ važi $\neg col(B, C, A)$ (aksioma *sym.ncol1*).
2. Postoje tačka D i tačka E i tačka F i tačka G tako da važi $\neg cop(D, E, F, G)$ (aksioma *I8*).
3. Važi $A = B$ ili $A \neq B$.
4. Pretpostavimo da važi: $A = B$.
5. Važi $A = C$ ili $A \neq C$.
6. Pretpostavimo da važi: $A = C$.
7. Na osnovu činjenica $\neg col(A, B, C)$ i $A = B$ i $A = C$ važi $\neg col(A, A, A)$.
8. Na osnovu činjenice $\neg col(A, A, A)$ postoji ravan α tako da važi $A \in \alpha$ i $A \in \alpha$ i $A \in \alpha$ (aksioma *I4a*).
9. Važi $A = D$ ili $A \neq D$.
10. Pretpostavimo da važi: $A = D$.
11. Važi $A = E$ ili $A \neq E$.
12. Pretpostavimo da važi: $A = E$.
13. Važi $A = F$ ili $A \neq F$.
14. Pretpostavimo da važi: $A = F$.
15. Na osnovu činjenica $\neg col(A, B, C)$ i $A = B$ i $A = C$ i $A = D$ i $A = E$ i $A = F$ važi $\neg col(A, A, A)$.
16. Na osnovu činjenica $\neg cop(D, E, F, G)$ i $A = B$ i $A = C$ i $A = D$ i $A = E$ i $A = F$ važi $\neg cop(A, A, A, G)$.
17. Na osnovu činjenica $\neg col(A, A, A)$ i $A \in \alpha$ i $A \in \alpha$ i $A \in \alpha$ i $\neg cop(A, A, A, G)$ važi $G \notin \alpha$ (aksioma *D4a*).
18. Važi $A = G$ ili $A \neq G$.
19. Pretpostavimo da važi: $A = G$.
20. Na osnovu činjenica $G \notin \alpha$ i $A = B$ i $A = C$ i $A = D$ i $A = E$ i $A = F$ i $A = G$ važi $A \notin \alpha$.
21. Na osnovu činjenica $A \notin \alpha$ i $A \in \alpha$ dobijamo kontradikciju.
22. Pretpostavimo da važi: $A \neq G$.
23. Na osnovu činjenice $A \neq G$ postoji prava p tako da važi $A \in p$ i $G \in p$ (aksioma *I1*).
24. Na osnovu činjenica $A \in p$ i $A \in p$ i $A \in p$ važi $col(A, A, A)$ (aksioma *D1*).
25. Na osnovu činjenica $\neg col(A, B, C)$ i $A = B$ i $A = C$ i $A = D$ i $A = E$ i $A = F$ važi $\neg col(A, A, A)$.

26. Na osnovu činjenica $\neg col(A, A, A)$ i $col(A, A, A)$ dobijamo kontradikciju.
27. Teorema je dokazana u svim slučajevima.
28. Pretpostavimo da važi: $A \neq F$.
29. Na osnovu činjenice $A \neq F$ postoji prava p tako da važi $A \in p$ i $F \in p$ (aksioma I1).
30. Na osnovu činjenica $A \in p$ i $A \in p$ i $A \in p$ važi $col(A, A, A)$ (aksioma D1).
31. Na osnovu činjenica $\neg col(A, B, C)$ i $A = B$ i $A = C$ i $A = D$ i $A = E$ važi $\neg col(A, A, A)$.
32. Na osnovu činjenica $\neg col(A, A, A)$ i $col(A, A, A)$ dobijamo kontradikciju.
33. Teorema je dokazana u svim slučajevima.
34. Pretpostavimo da važi: $A \neq E$.
35. Na osnovu činjenice $A \neq E$ postoji prava p tako da važi $A \in p$ i $E \in p$ (aksioma I1).
36. Na osnovu činjenica $A \in p$ i $A \in p$ i $A \in p$ važi $col(A, A, A)$ (aksioma D1).
37. Na osnovu činjenica $\neg col(A, B, C)$ i $A = B$ i $A = C$ i $A = D$ važi $\neg col(A, A, A)$.
38. Na osnovu činjenica $\neg col(A, A, A)$ i $col(A, A, A)$ dobijamo kontradikciju.
39. Teorema je dokazana u svim slučajevima.
40. Pretpostavimo da važi: $A \neq D$.
41. Na osnovu činjenice $A \neq D$ postoji prava p tako da važi $A \in p$ i $D \in p$ (aksioma I1).
42. Na osnovu činjenica $A \in p$ i $A \in p$ i $A \in p$ važi $col(A, A, A)$ (aksioma D1).
43. Na osnovu činjenica $\neg col(A, B, C)$ i $A = B$ i $A = C$ važi $\neg col(A, A, A)$.
44. Na osnovu činjenica $\neg col(A, A, A)$ i $col(A, A, A)$ dobijamo kontradikciju.
45. Teorema je dokazana u svim slučajevima.
46. Pretpostavimo da važi: $A \neq C$.
47. Na osnovu činjenice $A \neq C$ postoji prava p tako da važi $A \in p$ i $C \in p$ (aksioma I1).
48. Na osnovu činjenica $\neg col(B, C, A)$ i $A = B$ važi $\neg col(A, C, A)$.
49. Na osnovu činjenica $A \neq C$ i $A \in p$ i $C \in p$ i $\neg col(A, C, A)$ važi $A \notin p$ (aksioma D2a).
50. Na osnovu činjenica $A \notin p$ i $A \in p$ dobijamo kontradikciju.
51. Teorema je dokazana u svim slučajevima.
52. Pretpostavimo da važi: $A \neq B$.
53. Na osnovu činjenice $A \neq B$ postoji prava p tako da važi $A \in p$ i $B \in p$ (aksioma I1).
54. Važi $A = C$ ili $A \neq C$.
55. Pretpostavimo da važi: $A = C$.
56. Na osnovu činjenica $\neg col(A, B, C)$ i $A = C$ važi $\neg col(A, B, A)$.
57. Na osnovu činjenica $A \neq B$ i $A \in p$ i $B \in p$ i $\neg col(A, B, A)$ važi $A \notin p$ (aksioma D2a).
58. Na osnovu činjenica $A \notin p$ i $A \in p$ dobijamo kontradikciju.
59. Pretpostavimo da važi: $A \neq C$.

60. Na osnovu činjenice $A \neq C$ važi $C \neq A$.
 61. Važi $B = C$ ili $B \neq C$.
 62. Pretpostavimo da važi: $B = C$.
 63. Na osnovu činjenica $\neg col(A, B, C)$ i $B = C$ važi $\neg col(A, B, B)$.
 64. Na osnovu činjenica $A \neq B$ i $A \in p$ i $B \in p$ i $\neg col(A, B, B)$ važi $B \notin p$ (aksioma $D2a$).
 65. Na osnovu činjenica $B \notin p$ i $B \in p$ dobijamo kontradikciju.
 66. Pretpostavimo da važi: $B \neq C$.
 67. Zaključak teoreme sledi iz činjenica $A \neq B$ i $B \neq C$ i $C \neq A$.
 68. Teorema je dokazana u svim slučajevima.
 69. Teorema je dokazana u svim slučajevima.
 70. Teorema je dokazana u svim slučajevima.
- QED
-