Teoreme srednjoškolske geometrije

Hilbertov aksiomatski sistem.
Formalizovano od strane: Sana Stojanović Đurđević
Dokaz generisan uz pomoć: ArgoGeoChecker.

07.01.2017.

Teorema 1 (th_6_01.) *Pod pretpostavkom da važi* $p \neq q$ *i* $q \neq r$ *i* $r \neq p$ *i prave* p *i* q *se seku i prave* q *i* r *se seku i prave* r *i* p *se seku i* $A \in p$ *i* $A \in q$ *i* $A \notin r$ *i* $B \notin p$ *i* $B \in q$ *i* $B \in r$ *i* $C \in p$ *i* $C \notin q$ *i* $C \in r$ *pokazati da postoji ravan* α *tako da važi* $A \in \alpha$ *i* $B \in \alpha$ *i* $C \in \alpha$.

Dokaz:

1. Važi $A = B$ ili $A \neq B$.
   2. Pretpostavimo da važi: $A = B$.
      3. Na osnovu činjenica $B \notin p$ i $A = B$ važi $A \notin p$.
      4. Na osnovu činjenica $A \notin p$ i $A \in p$ dobijamo kontradikciju.
   5. Pretpostavimo da važi: $A \neq B$.
      6. Na osnovu činjenica $A \neq B$ i $A \in q$ i $B \in q$ i $C \notin q$ važi $\neg col(A, B, C)$ (aksioma $D1a$).
      7. Na osnovu činjenice $\neg col(A, B, C)$ postoji ravan α tako da važi $A \in \alpha$ i $B \in \alpha$ i $C \in \alpha$ (aksioma $I4a$).
      8. Zaključak teoreme sledi iz činjenica $A \in \alpha$ i $B \in \alpha$ i $C \in \alpha$.
9. Teorema je dokazana u svim slučajevima.

QED

Teorema 2 (th_6_02.) *Pod pretpostavkom da važi* $p \neq q$ *i* $q \neq r$ *i* $r \neq p$ *i prave* p *i* q *se seku i prave* q *i* r *se seku i prave* r *i* p *se seku i* $A \in p$ *i* $A \in q$ *i* $A \notin r$ *i* $B \notin p$ *i* $B \in q$ *i* $B \in r$ *i* $C \in p$ *i* $C \notin q$ *i* $C \in r$ *i* $A \in \alpha$ *i* $B \in \alpha$ *i* $C \in \alpha$ *pokazati da važi* $p \in \alpha$ *i* $q \in \alpha$ *i* $r \in \alpha$.

Dokaz:

1. Važi $A = B$ ili $A \neq B$.
   2. Pretpostavimo da važi: $A = B$.
      3. Na osnovu činjenica $B \notin p$ i $A = B$ važi $A \notin p$.
      4. Na osnovu činjenica $A \notin p$ i $A \in p$ dobijamo kontradikciju.
   5. Pretpostavimo da važi: $A \neq B$.
      6. Na osnovu činjenica $A \neq B$ i $A \in q$ i $B \in q$ i $A \in \alpha$ i $B \in \alpha$ važi $q \in \alpha$ (aksioma $I6$).
      7. Važi $A = C$ ili $A \neq C$.
         8. Pretpostavimo da važi: $A = C$.
            9. Na osnovu činjenica $C \notin q$ i $A = C$ važi $A \notin q$.
            10. Na osnovu činjenica $A \notin q$ i $A \in q$ dobijamo kontradikciju.
         11. Pretpostavimo da važi: $A \neq C$.
            12. Na osnovu činjenica $A \neq C$ i $A \in p$ i $C \in p$ i $A \in \alpha$ i $C \in \alpha$ važi $p \in \alpha$ (aksioma $I6$).
            13. Važi $B = C$ ili $B \neq C$.

15. Na osnovu činjenica $C \in p$ i $B = C$ važi $B \in p$.
16. Na osnovu činjenica $B \notin p$ i $B \in p$ dobijamo kontradikciju.
17. Pretpostavimo da važi: $B \neq C$.
18. Na osnovu činjenica $B \neq C$ i $B \in r$ i $C \in r$ i $B \in \alpha$ i $C \in \alpha$ važi $r \in \alpha$ (aksioma $I6$).
19. Zaključak teoreme sledi iz činjenica $p \in \alpha$ i $q \in \alpha$ i $r \in \alpha$.
20. Teorema je dokazana u svim slučajevima.
21. Teorema je dokazana u svim slučajevima.
22. Teorema je dokazana u svim slučajevima.

QED