

High school geometry theorems

Hilbert's axiomatic system.

Formalizovano od strane: Sana Stojanovic Djurdjevic

Dokaz generisan uz pomoć: ArgoGeoChecker.

30.03.2018.

Teorema 1 (th_2c.01.) *Pod pretpostavkom da važi $A \notin p$ i $A \in \alpha$ i $p \in \alpha$ i $A \in \beta$ i $p \in \beta$ pokazati da postoji tačka B i tačka C tako da važi $B \neq C$ i $B \in p$ i $C \in p$.*

Dokaz:

1. Postoje tačka B i tačka C tako da važi $B \neq C$ i $B \in p$ i $C \in p$ (aksioma I3a).
2. Zaključak teoreme sledi iz činjenica $B \neq C$ i $B \in p$ i $C \in p$.

QED

Teorema 2 (th_2c.02.) *Pod pretpostavkom da važi $A \notin p$ i $A \in \alpha$ i $p \in \alpha$ i $A \in \beta$ i $p \in \beta$ i $B \neq C$ i $B \in p$ i $C \in p$ pokazati da važi $col(A, B, C)$ ili $\neg col(A, B, C)$.*

Dokaz:

1. Važi $col(A, B, C)$ ili $\neg col(A, B, C)$.
2. Pretpostavimo da važi: $col(A, B, C)$.
3. Zaključak teoreme sledi iz činjenice $col(A, B, C)$.
4. Pretpostavimo da važi: $\neg col(A, B, C)$.
5. Zaključak teoreme sledi iz činjenice $\neg col(A, B, C)$.
6. Teorema je dokazana u svim slučajevima.

QED

Teorema 3 (th_2c.03.) *Pod pretpostavkom da važi $A \in \alpha$ i $p \in \alpha$ i $A \in \beta$ i $p \in \beta$ i $B \neq C$ i $B \in p$ i $C \in p$ i $col(A, B, C)$ pokazati da važi $A \in p$.*

Dokaz:

1. Na osnovu činjenice $col(A, B, C)$ važi $col(A, C, B)$ i $col(B, A, C)$ i $col(B, C, A)$ i $col(C, A, B)$ i $col(C, B, A)$ (aksioma *sym.col*).
2. Važi $A \in p$ ili $A \notin p$.
3. Pretpostavimo da važi: $A \in p$.
4. Zaključak teoreme sledi iz činjenice $A \in p$.
5. Pretpostavimo da važi: $A \notin p$.
6. Na osnovu činjenica $B \neq C$ i $B \in p$ i $C \in p$ i $A \notin p$ važi $\neg col(B, C, A)$ (aksioma D1a).
7. Na osnovu činjenica $\neg col(B, C, A)$ i $col(B, C, A)$ dobijamo kontradikciju.
8. Teorema je dokazana u svim slučajevima.

QED

Teorema 4 (th_2c.04.) *Pod pretpostavkom da važi $A \notin p$ i $A \in \alpha$ i $p \in \alpha$ i $A \in \beta$ i $p \in \beta$ i $B \neq C$ i $B \in p$ i $C \in p$ i $\neg \text{col}(A, B, C)$ pokazati da važi $A \in \alpha$ i $B \in \alpha$ i $C \in \alpha$ i $A \in \beta$ i $B \in \beta$ i $C \in \beta$.*

Dokaz:

1. Na osnovu činjenica $p \in \alpha$ i $B \in p$ važi $B \in \alpha$ (aksioma D11).
2. Na osnovu činjenica $p \in \alpha$ i $C \in p$ važi $C \in \alpha$ (aksioma D11).
3. Na osnovu činjenica $p \in \beta$ i $B \in p$ važi $B \in \beta$ (aksioma D11).
4. Na osnovu činjenica $p \in \beta$ i $C \in p$ važi $C \in \beta$ (aksioma D11).
5. Zaključak teoreme sledi iz činjenica $A \in \alpha$ i $B \in \alpha$ i $C \in \alpha$ i $A \in \beta$ i $B \in \beta$ i $C \in \beta$.

QED

Teorema 5 (th_2c.05.) *Pod pretpostavkom da važi $A \notin p$ i $A \in \alpha$ i $p \in \alpha$ i $A \in \beta$ i $p \in \beta$ i $B \neq C$ i $B \in p$ i $C \in p$ i $\neg \text{col}(A, B, C)$ i $A \in \alpha$ i $B \in \alpha$ i $C \in \alpha$ i $A \in \beta$ i $B \in \beta$ i $C \in \beta$ pokazati da važi $\alpha = \beta$.*

Dokaz:

1. Na osnovu činjenica $\neg \text{col}(A, B, C)$ i $A \in \alpha$ i $B \in \alpha$ i $C \in \alpha$ i $A \in \beta$ i $B \in \beta$ i $C \in \beta$ važi $\alpha = \beta$ (aksioma I5).
2. Zaključak teoreme sledi iz činjenice $\alpha = \beta$.

QED
