

# High school geometry theorems

Hilbert's axiomatic system.

Formalizovano od strane: Sana Stojanovic Djurdjevic

Dokaz generisan uz pomoć: ArgoGeoChecker.

30.03.2018.

**Teorema 1 (th\_4.01.)** *Pod pretpostavkom da važi  $\alpha \neq \beta$  i  $A \in \alpha$  i  $A \in \beta$  i  $p \in \alpha$  i  $p \in \beta$  pokazati da postoji tačka  $B$  i tačka  $C$  tako da važi  $B \neq C$  i  $B \in p$  i  $C \in p$ .*

*Dokaz:*

1. Postoje tačka  $B$  i tačka  $C$  tako da važi  $B \neq C$  i  $B \in p$  i  $C \in p$  (aksioma I3a).

2. Zaključak teoreme sledi iz činjenica  $B \neq C$  i  $B \in p$  i  $C \in p$ .

QED

**Teorema 2 (th\_4.02.)** *Pod pretpostavkom da važi  $\alpha \neq \beta$  i  $A \in \alpha$  i  $A \in \beta$  i  $p \in \alpha$  i  $p \in \beta$  i  $B \neq C$  i  $B \in p$  i  $C \in p$  pokazati da važi  $A \in p$ .*

*Dokaz:*

1. Na osnovu činjenica  $p \in \alpha$  i  $B \in p$  važi  $B \in \alpha$  (aksioma D11).

2. Na osnovu činjenica  $p \in \alpha$  i  $C \in p$  važi  $C \in \alpha$  (aksioma D11).

3. Na osnovu činjenica  $p \in \beta$  i  $B \in p$  važi  $B \in \beta$  (aksioma D11).

4. Na osnovu činjenica  $p \in \beta$  i  $C \in p$  važi  $C \in \beta$  (aksioma D11).

5. Važi  $A \in p$  ili  $A \notin p$ .

6. Pretpostavimo da važi:  $A \in p$ .

7. Zaključak teoreme sledi iz činjenice  $A \in p$ .

8. Pretpostavimo da važi:  $A \notin p$ .

9. Na osnovu činjenica  $B \neq C$  i  $B \in p$  i  $C \in p$  i  $A \notin p$  važi  $\neg col(B, C, A)$  (aksioma D1a).

10. Na osnovu činjenica  $\neg col(B, C, A)$  i  $B \in \alpha$  i  $C \in \alpha$  i  $A \in \alpha$  i  $B \in \beta$  i  $C \in \beta$  i  $A \in \beta$  važi  $\alpha = \beta$  (aksioma I5).

11. Na osnovu činjenica  $\alpha \neq \beta$  i  $\alpha = \beta$  dobijamo kontradikciju.

12. Teorema je dokazana u svim slučajevima.

QED