

High school geometry theorems

Hilbert's axiomatic system.

Formalizovano od strane: Sana Stojanovic Djurdjevic

Dokaz generisan uz pomoć: ArgoGeoChecker.

30.03.2018.

Teorema 1 (th_7_01.) *Pod pretpostavkom da važi prave p i q se seku pokazati da postoji tačka A tako da važi $A \in p$ i $A \in q$.*

Dokaz:

1. Na osnovu činjenice prave p i q se seku postoji tačka A tako da važi $p \neq q$ i $A \in p$ i $A \in q$ (aksioma $D6$).
2. Zaključak teoreme sledi iz činjenica $A \in p$ i $A \in q$.

QED

Teorema 2 (th_7_02.) *Pod pretpostavkom da važi prave p i q se seku i $A \in p$ i $A \in q$ pokazati da postoji tačka B tako da važi $B \neq A$ i $B \in p$.*

Dokaz:

1. Postoje tačka B i tačka C tako da važi $B \neq C$ i $B \in p$ i $C \in p$ (aksioma $I3a$).
2. Važi $A = B$ ili $A \neq B$.
3. Pretpostavimo da važi: $A = B$.
4. Na osnovu činjenica $B \neq C$ i $A = B$ važi $A \neq C$.
5. Na osnovu činjenica $A \neq C$ i $C = A$ i $A = C$ važi $C \neq A$.
6. Na osnovu činjenice $A \neq C$ važi $C \neq A$.
7. Zaključak teoreme sledi iz činjenica $C \neq A$ i $C \in p$.
8. Pretpostavimo da važi: $A \neq B$.
9. Na osnovu činjenice $A \neq B$ važi $B \neq A$.
10. Zaključak teoreme sledi iz činjenica $B \neq A$ i $B \in p$.
11. Teorema je dokazana u svim slučajevima.

QED

Teorema 3 (th_7_03.) *Pod pretpostavkom da važi prave p i q se seku i $A \in p$ i $A \in q$ i $B \neq A$ i $B \in p$ pokazati da postoji tačka C tako da važi $C \neq A$ i $C \in q$.*

Dokaz:

1. Postoje tačka C i tačka D tako da važi $C \neq D$ i $C \in q$ i $D \in q$ (aksioma $I3a$).
2. Važi $A = C$ ili $A \neq C$.
3. Pretpostavimo da važi: $A = C$.
4. Na osnovu činjenica $C \neq D$ i $A = C$ važi $A \neq D$.

5. Na osnovu činjenica $A \neq D$ i $D = A$ i $A = D$ važi $D \neq A$.
6. Na osnovu činjenice $A \neq D$ važi $D \neq A$.
7. Zaključak teoreme sledi iz činjenica $D \neq A$ i $D \in q$.
8. Pretpostavimo da važi: $A \neq C$.
9. Na osnovu činjenice $A \neq C$ važi $C \neq A$.
10. Zaključak teoreme sledi iz činjenica $C \neq A$ i $C \in q$.
11. Teorema je dokazana u svim slučajevima.

QED

Teorema 4 (th_7.04.) *Pod pretpostavkom da važi prave p i q se seku i $A \in p$ i $A \in q$ i $B \neq A$ i $B \in p$ i $C \neq A$ i $C \in q$ pokazati da važi $\neg col(A, B, C)$.*

Dokaz:

1. Na osnovu činjenice $B \neq A$ važi $A \neq B$.
2. Na osnovu činjenice $C \neq A$ važi $A \neq C$.
3. Važi $B \in q$ ili $B \notin q$.
4. Pretpostavimo da važi: $B \in q$.
5. Na osnovu činjenica $A \neq B$ i $A \in p$ i $B \in p$ i $A \in q$ i $B \in q$ važi $p = q$ (aksioma I2).
6. Na osnovu činjenica prave p i q se seku i $p = q$ važi prave p i p se seku.
7. Na osnovu činjenice prave p i p se seku postoji tačka D tako da važi $p \neq p$ i $D \in p$ i $D \in p$ (aksioma D6).
8. Na osnovu činjenice $p \neq p$ dobijamo kontradikciju.
9. Pretpostavimo da važi: $B \notin q$.
10. Važi $C \in p$ ili $C \notin p$.
11. Pretpostavimo da važi: $C \in p$.
12. Na osnovu činjenica $A \neq C$ i $A \in p$ i $C \in p$ i $A \in q$ i $C \in q$ važi $p = q$ (aksioma I2).
13. Na osnovu činjenica $B \notin q$ i $p = q$ važi $B \notin p$.
14. Na osnovu činjenica $B \notin q$ i $p = q$ važi $B \notin p$.
15. Na osnovu činjenica prave p i q se seku i $p = q$ važi prave p i p se seku.
16. Na osnovu činjenice $p \neq p$ dobijamo kontradikciju.
17. Pretpostavimo da važi: $C \notin p$.
18. Na osnovu činjenica $A \neq B$ i $A \in p$ i $B \in p$ i $C \notin p$ važi $\neg col(A, B, C)$ (aksioma D1a).
19. Zaključak teoreme sledi iz činjenice $\neg col(A, B, C)$.
20. Teorema je dokazana u svim slučajevima.
21. Teorema je dokazana u svim slučajevima.

QED

Teorema 5 (th_7.05.) *Pod pretpostavkom da važi prave p i q se seku i $A \in p$ i $A \in q$ i $B \neq A$ i $B \in p$ i $C \neq A$ i $C \in q$ i $\neg col(A, B, C)$ pokazati da postoji ravan α tako da važi $A \in \alpha$ i $B \in \alpha$ i $C \in \alpha$.*

Dokaz:

1. Na osnovu činjenice $\neg col(A, B, C)$ postoji ravan α tako da važi $A \in \alpha$ i $B \in \alpha$ i $C \in \alpha$ (aksioma I4a).
2. Zaključak teoreme sledi iz činjenica $A \in \alpha$ i $B \in \alpha$ i $C \in \alpha$.

QED

Teorema 6 (th_7_06.) *Pod pretpostavkom da važi prave p i q se seku i $A \in p$ i $A \in q$ i $B \neq A$ i $B \in p$ i $C \neq A$ i $C \in q$ i $\neg col(A, B, C)$ i $A \in \alpha$ i $B \in \alpha$ i $C \in \alpha$ pokazati da važi $p \in \alpha$ i $q \in \alpha$.*

Dokaz:

1. Na osnovu činjenice $B \neq A$ važi $A \neq B$.
2. Na osnovu činjenica $A \neq B$ i $A \in p$ i $B \in p$ i $A \in \alpha$ i $B \in \alpha$ važi $p \in \alpha$ (aksioma I6).
3. Na osnovu činjenice $C \neq A$ važi $A \neq C$.
4. Na osnovu činjenica $A \neq C$ i $A \in q$ i $C \in q$ i $A \in \alpha$ i $C \in \alpha$ važi $q \in \alpha$ (aksioma I6).
5. Zaključak teoreme sledi iz činjenica $p \in \alpha$ i $q \in \alpha$.

QED
